

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Tomica Višak**

Zagreb, 2017. godina.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

Mentor:

Prof. dr. sc. Zdravko Virag, dipl. ing.

Student:

Tomica Višak

Zagreb, 2017. godina.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se u prvom redu svom mentoru prof. dr. sc. Zdravku Viragu na pruženim savjetima, pomoći i uputama tokom izrade ovog rada, bez kojih ovaj rad ne bi bio doveden na zadovoljavajuću razinu.

Isto tako se zahvaljujem dr. Jakovu Baleti i doc.dr.sc. Milanu Vujanoviću na pruženim savjetima i pomoći oko numeričkih simulacija.

Posebno se želim zahvaliti mojim roditeljima, Branku i Ančici, bratu Igoru, te mojoj djevojci Miji na pruženoj potpori tokom studija i na iskazanom povjerenju u mene.

Tomica Višak



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomске ispite  
Povjerenstvo za diplomске ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarški i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: TOMICA VIŠAK

Mat. br.: 0035187733

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Optimizacija cijevne mreže za uzorkovanje zraka u sustavu detekcije dima**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Optimization of pipe network in aspirating smoke detection**

Opis zadatka:

Sustavi za detekciju požara i automatsko alarmiranje se često koriste u zaštiti radnih prostorija i skladišta zapaljive robe. Sustav se sastoji od mreže cjevovoda s ugrađenim otvorima za usisavanje malih količina zraka iz prostorije koje se dovode do analizatora, koji u slučaju pojave dimnih plinova u uzetom zraku automatski dojavljuje mogući požar. Cijev za uzorkovanje je obično duga između 20 i 100 m, promjer  $D$  joj je između 5 i 25 mm, a može biti izrađena od plastike ili metala. Na cijevi se nalaze rupice kroz koje se usisavaju uzorci zraka (promjer  $d$  rupica je između 2 i 5 mm, a udaljenost  $L$  im je između 2 i 6 m, a ukupni broj rupica ( $N$ ) varira od 1 do 16). Cijev dovodi usisani zrak do uređaja, koji sadrži protokomjer, filtere i analizator prisustva kontaminirajućih plinova u uzorkovanom zraku, a nakon toga se uzeti zrak vraća u prostoriju iz koje je uzet. Usisna cijev može biti ravna ili pratiti oblik prostorije iz koje se uzorkuje zrak, tako da može sadržavati i koljena ili lukove. Na kraju usisne cijevi se nalazi kapa na kojoj može biti otvor. Otvor može služiti za dodatno usisavanje zraka, tj. za povećanje brzine strujanja zraka u cijevi. Udaljenost  $L_N$  najbliže rupice do uređaja je 5 do 10 m, a minimalni protok zraka koji treba dovesti do analizatora je oko  $Q_{min}=1,5$  l/min. Osnovni zahtjevi na cijev za uzorkovanje su da su protoci kroz sve rupice približno jednaki, te da vrijeme  $T$  transporta kontaminiranog zraka od najdalje rupice do analizatora bude maksimalno od 30 s (za cijev duljine 100 m, a za kraće cijevi se to vrijeme skraćuje razmjerno duljini cijevi).

U radu je potrebno:

- 1) Opisati funkciju sustava za detekciju plinova izgaranja u prostoriji (njegove glavne dijelove sustava i njihove karakteristike).
- 2) Primjenom računalne dinamike fluida analizirati strujanje iz usisnog otvora i njegovo miješanje s glavnom strujom. Priказati sliku strujanja i izračunati padove tlaka uslijed miješanja struja, te dobivene rezultate usporediti s rezultatima iz literature.
- 3) Definirati matematički model za proračun brzina, padova tlaka u sustavu te transportnog vremena potrebnog da analizator plinova reagira na pojavu dimnih plinova (ovisno o mjestu nastanka požara).
- 4) Izvršiti optimizaciju (minimiziranje) transportnog vremena, s obzirom na razmještaj usisnih otvora, promjera cijevi i protoka kroz usisne otvore i kapu, na jednom primjeru štucene prostorije pravokutnog oblika.

U radu navesti korištenu literaturu i eventualno dobivena pomoć.

Zadatak zadan:

Rok predaje rada:

Predviđeni datumi obrane:


9. ožujka 2017.

11. svibnja 2017.

17., 18. i 19. svibnja 2017.

Zadatak zadao:

Predsjednica Povjerenstva:

  
Prof. dr.sc. Zdravko Virag

  
Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS VAŽNIJIH OZNAKA .....	VI
SAŽETAK.....	VII
SUMMARY .....	VIII
1. UVOD.....	1
1.1. Sustavi za detekciju požara .....	2
1.2. Računalna dinamika (mekanika) fluida .....	4
1.3. Strujanje u cijevima i vrste strujanja.....	5
1.4. Sastavni dijelovi cjevovoda za uzorkovanje zraka .....	5
1.4.1. Cijevi.....	5
1.4.2. Račve.....	6
1.4.3. Koljena.....	7
1.4.4. Cijevni priključci, redukcije i kape .....	7
1.4.5. Modul .....	8
1.5. Transportno vrijeme .....	9
1.6. Optimiranje. Višeciljno optimiranje. Parametarsko optimiranje .....	10
1.6.1. Uvjeti optimalnosti problema sa ograničenjima .....	12
2. JEDNODIMENZIJSKI MODEL STRUJANJA ZRAKA U TRANSPORTNOM CJEVOVODU .....	13
2.1. Matematički opis profila strujanja u cijevima.....	13
2.2. Jednadžbe strujanja u cjevovodu. Hidraulički proračun .....	15
2.2.1. Visina dobave modula.....	16
2.2.2. Visina linijskih gubitaka .....	18
2.2.3. Visina lokalnih gubitaka .....	18
2.2.3.1. Koeficijent gubitka za račve s konveksnim strujanjem .....	18
2.2.3.2. Lokalni gubitci u proširenjima.....	19
2.2.3.3. Ostali koeficijenti lokalnih gubitaka .....	19
3. MATEMATIČKO MODELIRANJE TRODIMENZIJSKOG STRUJANJA ZRAKA ....	20
3.1. Osnovne jednadžbe strujanja i transporta vrsta u računalnoj dinamici fluida .....	20
3.2. Model turbulencije .....	21
3.3. Difuzni transport kemijskih vrsta (Fick-ov zakon) .....	22
3.4. Numerički postupak .....	22
4. ANALIZA STRUJANJA U RAČVI PRIMJENOM RAČUNALNE DINAMIKE FLUIDA.....	24
4.1. Opis problema i geometrije.....	24
4.1.1. Postavke analiza spoja pod pravim kutom.....	24
4.1.2. Postavke analize spoja s koljenima pod 45° i račvama pod 45° .....	25
4.2. Rezultati analize .....	25

4.2.1.	Rezultati analize za spoj cijevi pod pravim kutom (račvi) za stacionarno strujanje	
25		
4.2.1.1.	Rezultati analize na kapi (suženom ulazu u cjevovod).....	29
4.2.1.2.	Prikaz rezultata u 3D.....	30
4.2.1.3.	Tablični prikaz rezultata stacionarne analize.....	31
4.2.1.4.	Tranzijentna analiza transporta dima.....	32
4.2.2.	Stacionarna analiza sa koljenima pod 45° i račvama pod 45° .....	36
4.2.3.	Tranzijentna analiza sa koljenima pod 45° i račvama pod 45° .....	37
5.	OPTIMIZACIJA CJEVOVODA.....	40
5.1.	Transportno vrijeme.....	42
5.2.	Modeliranje optimizacijskog problema .....	43
5.2.1.	Parametrizacija.....	43
5.2.2.	Funkcije cilja i ograničenja .....	45
5.3.	Rezultati optimiranja.....	48
6.	ZAKLJUČAK.....	52
	LITERATURA.....	53
	PRILOZI.....	55

**POPIS SLIKA**

Slika 1 Sustav za detekciju s uzorkovanjem [1].....	2
Slika 2 Prikaz osnovnih vrsta cijevi u cjevovodu .....	5
Slika 3 Primjer korištenja fleksibilnih cijevi.....	6
Slika 4 Vrste nosača glavnog voda (teleskopski-lijevo, zidni - desno).....	6
Slika 5 Osnovni načini postavljanja glavnog cjevovoda.....	6
Slika 6 Račva pod 90° stupnjeva sa tri ulaza i njen presjek.....	7
Slika 7 Koljeno pod 45° (lijevo) i koljeno pod 90° (desno).....	7
Slika 8 Kapa cjevovoda (lijevo) i spojnica cjevovoda (desno) .....	7
Slika 9 Prikaz detekcijske komore i sastavni dijelovi .....	9
Slika 10 Moderna podjela optimiranja .....	11
Slika 11 Slika uz izvod jednadžbe (2.10).....	14
Slika 12 Usporedba pada tlaka dobivenog na temelju jednadžbe (2.11) - crvena linija i (2.12) - plava linija .....	15
Slika 13 Shematski prikaz modula .....	16
Slika 14 Karakteristike ventilatora, lijevo p-Q, P-Q desno.....	17
Slika 15 p-Q karakteristika filtera (lijevo) i komore (desno) .....	17
Slika 16 Karakteristika modula u ovisnosti o omjeru protoka, $O_{vm}$ , 0.5 isprekidana, a 0.7 puna linija .....	18
Slika 17 Konveksno strujanje u račvama .....	18
Slika 18 Skica uz izraz (2.25).....	19
Slika 19 Proračunska domena za račvu 90° .....	24
Slika 20 Proračunska domena za račve i koljena pod 45° .....	25
Slika 21 Polje apsolutnih brzina u (m/s) i strujnice na spoju dovodne cijevi i glavne cijevi... ..	26
Slika 22 Projekcija vektora brzina na vertikalnu ravninu i strujnice oko ulaza.....	26
Slika 23 Brzina strujanja u smjeru osi cijevi na horizontalnom presjeku A .....	27
Slika 24 Projekcija vektora brzine na ravninu presjeka B .....	27
Slika 25 Raspodjela apsolutnog tlaka u presjeku B .....	28
Slika 26 Raspodjela apsolutnog tlaka u (Pa) i strujnice na spoju glavne i priključne cijevi....	28
Slika 27 Projekcija vektora ukupne brzine na vertikalnu ravninu i prikaz strujnica.....	29
Slika 28 Polje apsolutnog tlaka na ulazu u glavni cjevovod (kapi) .....	29
Slika 29 Prikaz polja brzina i strujnica 3D.....	30
Slika 30 Prikaz raspodjele apsolutnog tlaka i strujnica u 3D .....	30
Slika 31 Raspodjela CFL broja po proračunskoj domeni .....	32
Slika 32 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> u trenutku t=0.05 s .....	33
Slika 33 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> u trenutku t=0.1 s .....	33
Slika 34 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> u trenutku t=0.3 s .....	33
Slika 35 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> u trenutku t=0.3 s .....	34
Slika 36 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> u trenutku t=0.5 s .....	34
Slika 37 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> u trenutku t=0.8 s .....	34
Slika 38 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> u trenutku t=0.8 s .....	35
Slika 39 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> i CO u trenutku t=1 s .....	35
Slika 40 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> i CO u trenutku t=1.6 s .....	36
Slika 41 Raspodjela polja apsolutne brzine.....	36
Slika 42 Raspodjela polja apsolutnog tlaka.....	36
Slika 43 Raspodjela CFL broja po proračunskoj domeni .....	37
Slika 44 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> i CO u trenutku t=0.1 s .....	38
Slika 45 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> i CO u trenutku t=0.2 s .....	38

Slika 46 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> i CO u trenutku $t=0.3$ s .....	39
Slika 47 Molna koncentracija CO <sub>2</sub> i CO u trenutku $t=0.5$ s .....	39
Slika 48 3D shema sustava i štíćenog prostora .....	40
Slika 49 Detalj prvog mjesta račvanja (račve pod 45°) .....	41
Slika 50 Detalj drugog mjesta račvanja (račve pod 45°).....	41
Slika 51 Detalj trećeg mjesta račvanja (račve pod 60°) .....	41
Slika 52 Shematski prikaz cjevovoda u koordinatnom sustavu .....	42
Slika 53 Skica uz izvod parametrizacije cijevi.....	45
Slika 54 Konfiguracija cjevovoda nakon provedenog minimiziranja transportnog vremena od ulaza S2 (1. funkcija cilja; tanko - početna konfiguracija; debelo – krajnja konfiguracija) .....	49
Slika 55 Konfiguracija cjevovoda nakon provedene minimizacije druge funkcije cilja(1. funkcija cilja; tanko - početna konfiguracija; debelo – krajnja konfiguracija) .....	49
Slika 56 Konfiguracija cjevovoda nakon provedenog minimiziranja protoka (1. funkcija cilja; tanko - početna konfiguracija; debelo – krajnja konfiguracija) .....	50
Slika 57 Konfiguracija cjevovoda nakon provedenog minimiziranja četvrte funkcije cilja (1. funkcija cilja; tanko - početna konfiguracija; debelo – krajnja konfiguracija) .....	51



---

**POPIS TABLICA**

Tablica 1 Prikaz rezultata stacionarne analize .....	31
Tablica 2 Prikaz padova tlaka u račvama .....	37
Tablica 3 Početno stanje prije optimiranja .....	48
Tablica 4 Rezultati nakon optimiranja prve funkcije cilja .....	48
Tablica 5 Rezultati nakon optimiranja druge funkcije cilja .....	49
Tablica 6 Rezultati nakon optimiranja treće funkcije cilja .....	50
Tablica 7 Rezultati nakon optimiranja četvrte funkcije cilja .....	50

---

**POPIS VAŽNIJIH OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
$d, D$	m	Promjer cijevi
$r, R$	m	Radius cijevi
$x, y, z$	m	Kartezijske koordinate
$t, t_{0.8}, t_{sr}$	s	Vrijeme
$A$	-	Matrica ograničenja
$\mathbf{d}, \mathbf{x}$	m	Vektori projektnih varijabli
$\mathbf{d}_{\min}, \mathbf{d}_{\max}, \mathbf{d}_0$	m	Vektori ograničenja i početnog stanja
$\mathbf{x}_{\min}, \mathbf{x}_{\max}, \mathbf{x}_0$	m	Vektori ograničenja i početnog stanja
$Re, Sc, CFL$	-	Bezdimenzijske značajke
$Y_{CO}, Y_{CO_2}$	mol/mol	Molni udjeli
$a, b, c$	-	Konstante
$\mu, \mu_t$	Pa s	Dinamička viskoznost
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	Kinematska viskoznost
$v$	m/s	Brzina
$\tau$	Pa	Smično naprezanje
$g$	m/s <sup>2</sup>	Gravitacijska konstanta
$K$	-	Koeficijent lokalnih gubitaka
$n$	-	Parametar

---

**SAŽETAK**

U ovom radu se analizira sustav za uzorkovanje zraka u svrhu detekcije dimnih plinova, odnosno požara u prostoriji ili električnim i elektroničkim ormarima, sa stajališta transportnog vremena potrebnog za putovanje uzorka zraka od usisnog otvora do analizatora. Provjerenе su dosadašnje metode računanja transportnog vremena koje bi se mogle koristiti za funkcije cilja i pokazano je da te metode ne daju u svim slučajevima najbolja rješenja i da su greške u odnosu na numeričku simulaciju velike u prvom analiziranom slučaju. Isto tako je pokazano da će se dogoditi „spor“ transport ako su priključne cijevi puno manjeg promjera u odnosu na glavne vodove. Uzimajući u obzir navedeno zaključeno je da je dobro imati nešto tanje cijevi i cijevi podjednakog promjera na glavnom i priključnom vodu. U radu je prvo prikazana minimizacija transportnog vremena od najudaljenijeg mjesta uzorkovanja zraka i pokazano je da se u tom slučaju dobivaju najmanja transportna vremena, ali se dobiva velika neravnomjernost protoka. Nakon toga je provedena optimizacija specifičnog vremena transporta kako bi se postiglo približno jednako vrijeme za sve cijevi, optimiranje kako bi protoci na mjestima uzimanja uzorka bili približno jednaki, te je optimirana kombinacija prethodna dva slučaja. Najbolja rješenja je dala kombinacija optimiranja vremena i protoka.

Ključne riječi: Detekcija požara, Transportno vrijeme, Analitički model, Računalna dinamika fluida, Transport kemijskih vrsta, Optimiranje

---

**SUMMARY**

This paper analyzes the air sampling system for the purpose of fire detection in the room or electric and electronic closets, from the point of view of the transport time required to travel the air sample from the inlet to the analyzer. Existing methods for transport time calculation that could be used for the objective functions were tested and showed that these methods do not provide the best solutions for all case and that the errors in comparison to the numerical simulation are large in first analyzed case. It has also been shown that "slow" transport will occur if the connecting pipe are much smaller in diameter than the main pipe. Taking into account the above, it has come to the conclusion that it is good to use thinner pipes and pipes of the approximately same diameter on the main and the connection pipes. In this paper first was minimize transport time from the furthest air sampling point and results was shown that in this case the minimum transport times were obtained, but large unevenness of the flow was obtained. Thereafter optimization of transport time was carried out in order to achieve approximately the same specific time for all pipes and optimizing the flow to the sampling points to be approximately same. Optimization for combination of the previous two cases provided the best solution.

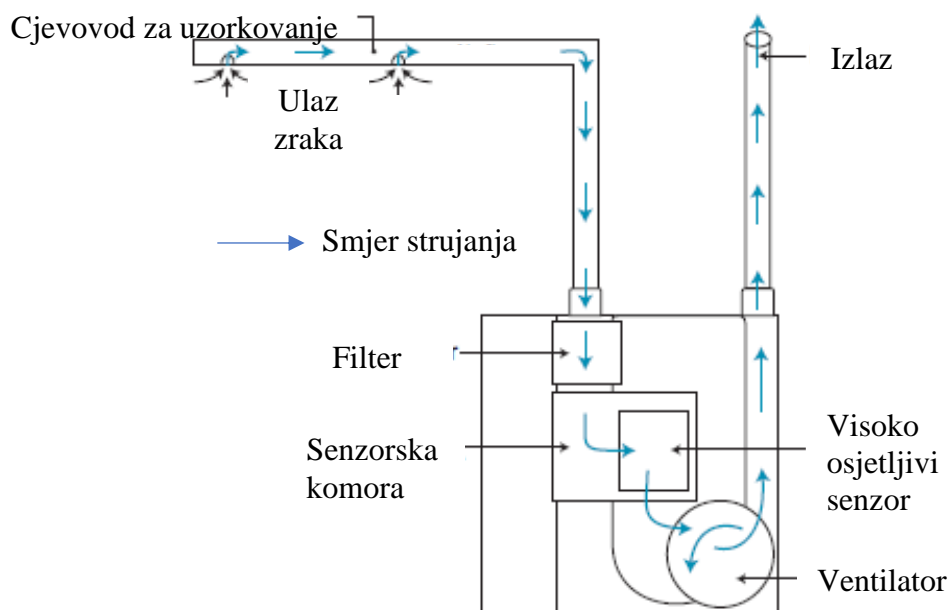
Key words: Fire Detection, Transport Time, Analytical Model, Computational Fluid Dynamics, Transport of Chemical Species, Optimization

## 1. UVOD

Ovaj rad se bavi detektorima požara s uzorkovanjem zraka, putem mreže cjevovoda s više ulaza kroz koje se usisavaju uzorci zraka na različitim pozicijama (Slika 1). Opis cjevovoda je napravljen s tehničkog i matematičkog aspekta, s tim da se opis s tehničkog aspekta temelji na podacima proizvođača detektora [1], a matematički aspekt se provodi na temelju eksperimentalnih i teorijskih istraživanja [2], [3],[4].

Cjevovod mora imati odlične transportne karakteristike da se kontaminirani uzorak zraka, s bilo kojeg ulaza, odnosno mjesta uzorkovanja, što prije dopremi do analizatora, koji će alarmirati požar. Transportna svojstva cjevovoda mogu se poboljšati pomoću optimizacijskih algoritma koji će se koristiti i u ovom radu. Funkcije cilja su izvedene pomoću izraza za transportno vrijeme i protok, koji je dobiven na temelju izraza za profil brzina u ravnoj cijevi ili blago zakrivljenoj cijevi, u kojem je uključen razvoj profila brzina [3]. Pretpostavlja se da je profil brzina na ulazu u cjevovod i nakon mjesta račvanja jednolik po presjeku cijevi.

Dosadašnja istraživanja su pokazala da postoje određena odstupanja između vremena dobivenih na temelju eksperimenata i na temelju matematičkih modela za proračun vremena odaziva [5] ili da su vremena odaziva oko 90 sekundi ili su u drugoj literaturi znatno veća od 100 sekundi [6]. Ta odstupanja ne bi bila problematična da su transportna vremena na temelju analitičkog proračuna samo veća, nego su ona manja i tada postoji problem da proračun nije na strani sigurnosti što se želi eliminirati. U radu, pomoću računalne dinamike fluida, pokazan je slučaj u kojem čestice dima putuju u sloju u kojem je manja brzina od srednje brzine, te je pokazan primjer u kojem se transport odvija približno u slojevima maksimalne brzine. Na temelju tih rezultata donesena je odluka da će se uzeti sporiji sloj u proračunskom modelu jer nije sigurno dali će se u svim konfiguracijama strujanje odigrati u najbržem sloju ili u nekom sloju u kojem je brzina veća od srednje brzine.



Slika 1 Sustav za detekciju s uzorkovanjem [1]

### 1.1. Sustavi za detekciju požara

Detektori požara su sastavni dio sustava za detekciju požara koji omogućuju da se na vrijeme reagira na potencijalnu katastrofu koju požar izaziva svojom pojavom. Požar je vrlo nepredvidiva i opasna pojava čije širenje i rast treba zaustaviti što je prije moguće. Detektori obično analiziraju pojavu produkta vatre (dim, toplina, zračenje, porast temperaturu) i mjere dali je količina produkta veća od neke granične vrijednosti ili dali je brzina prirasta veća od neke granične. Bitno je naglasiti da su detektori požara samo dio zaštite od požara i nikad im se ne može 100% vjerovati jer su to samo „strojevi“, pa se moraju koristiti i neke druge preventivne mjere. Pošto se ovaj rad isključivo bavi detektorima dima jedino su oni opisani, a ostali su samo navedeni kako bi se vidjelo da postoje i druge vrste [7]. Detektori požara dijele se u tri osnovne skupine, a podjela ovisno o tome koji produkt vatre detektiraju:

1. **Detektori dima** mjere pojavu čestica dima. Imaju relativno veliku osjetljivost na čestice prašine koja ih ometa u radu, a glavna prednost im je da imaju vrlo veliku osjetljivost na dim. Dijelev se na:

- a) **Ionizacijske detektore** koji ioniziraju zrak, pomoću male količine radioaktivnog elementa, koji tada postaje vodič između elektroda koje su suprotnog naboja. Kod pojave dima vodljivost zraku pada i tada se mjeri pad struje te se oglašava alarm ako je taj pad veći od nekog zadanog.

- b) **Fotoelektrični detektori dima** mjere veličinu koja se naziva smanjenje svjetlosti između izvora i prijamnika. Kada dim uđe između izvora i prijamnika tada prijamnik mjeri manji intenzitet svjetlosti, te ako taj intenzitet padne ispod neke granične vrijednosti, alarm će se oglasiti.
  - c) **Detektori dima s uzorkovanjem zraka** su fotoelektrični detektori i njima se ovaj rad bavi pa se ovdje ne opisuju u detalje, nego su samo navedeni da se zna njihova pripadnost skupini.
  - d) **Ostale skupine detektora** su iz novijeg doba i jedan od najvažnijih predstavnika je detektor koji svoj rad bazira na prepoznavanju gibanja dima sa slike, ali ovi detektori se razvijaju i nisu im riješene sve mane, kao ni ostalim detektorima.
2. **Detektori plamena** odnosno zračenja
  3. **Detektori temperature** ili njene promjene

## 1.2. Računalna dinamika (mekanika) fluida

Računalna dinamika fluida je znanost koja se bavi proračunom strujanja fluida, prijenosom topline i tvari, kemijskim reakcijama unutar fluida te interakcijom fluida sa okolinom (stjenkama koje okružuju fluid). U današnje vrijeme se računalna dinamika fluida primjenjuje kako bi se izbjegli skupa eksperimentalna istraživanja koja mogu biti opasna. Tako je i kod simulacija požara i širenja dima računalna dinamika fluida našla nezaobilaznu primjenu. Na temelju simulacije scenarija požara se dobivaju polja raspodjele dima koja mogu poslužiti kao rubni uvjeti za određivanje vremena detekcije preko matematičkih modela za detekciju dima. Ista ta polja se mogu dobiti na temelju eksperimentalne simulacije.

Eksperimentalna simulacije danas se često koriste kako bi se verificirali numerički proračuni jer su analitički modeli izrazito kompleksni i na najjednostavnijim geometrijama. Ali ipak razvoj analitičkih modela je temelj za računalnu mehaniku fluida i on spada u teorijsku mehaniku fluida. Eksperimentalne, numeričke i teorijske metode u mehanici fluida su vezane i jedna drugoj daju temelje. Kroz povijest je eksperimentalna mehanika fluida dala temelj teorijskoj, a teorijska numeričkoj, a danas se te tri grane paralelno razvijaju.

Danas se najčešće u računalnoj mehanici fluida koristi numerička metoda konačnih volumena jer ona uspijeva relativno na prirodan način opisati fenomene strujanja i prijenosa odnosno transportne fenomene. Ostale numeričke metode poput metode konačnih elemenata i metode konačnih razlika isto tako mogu riješiti neke probleme u mehanici fluida, ali se rjeđe koriste jer nisu toliko prirodne za fenomene strujanja. Metoda konačnih volumena ima svoje korijene u metodi konačnih razlika i uvelike je temeljena na njoj. Tako se može konstatirati da je metoda konačnih volumena proširenje metode konačnih razlika.

Simuliranje strujanja u cijevima se isplati raditi samo tamo gdje u cjevovodu imamo neka proširenja ili suženja, račve ili neki drugi oblik diskontinuiteta ili kako bi se potvrdili neki teorijski modeli za proračun transporta ili otpora u cjevovodu. Cijele cjevovode je nemoguće proračunati pomoću pune trodimenzijske analize uz pomoć računalne dinamike fluida jer broj konačnih volumena vrlo brzo raste s duljinom cjevovoda ako je on ispravno (donekle) diskretiziran. Tako cjevovodi koji služe za uzorkovanje mogu biti dugi preko 100 m, a na modelu od 0.6 m je potrebno imati oko milijun konačnih volumena.[8]



### 1.3. Strujanje u cijevima i vrste strujanja

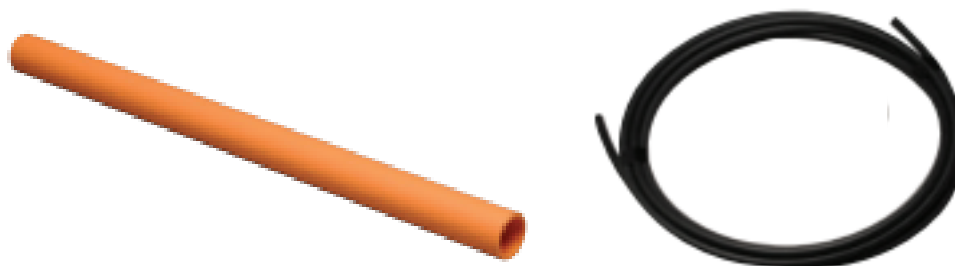
U cijevima se strujanje može podijeliti na laminarno i turbulentno. Kod laminarnog strujanja su dominantne viskozne sile, a kod turbulentnog strujanja su dominantne inercijske sile. Prijelaz iz laminarnog u turbulentno strujanje je najgori slučaj za modelirati jer su u tom slučaju podjednaki utjecaju viskoznih i inercijskih sila. Omjer između viskoznih i inercijskih sila definiran je Reynolds-ovim brojem. Taj broj daje okvirnu granicu između laminarnog i turbulentnog strujanja i ona iznosi za cijevi, otprilike 2250 iako ta granica nije strogo fiksna i ovisi o mnogim parametrima kao što su vanjske vibracije, hrapavost cijevi, itd. U ovom radu se analizira strujanje u hidraulički glatkim cijevima jer se pretpostavlja da je cjevovod od njih napravljen. Za hidraulički hrapave cijevi vrijedi druga teorija i ne mogu se analizirati sa jednadžbama za hidraulički glatke cijevi.[9]

### 1.4. Sastavni dijelovi cjevovoda za uzorkovanje zraka

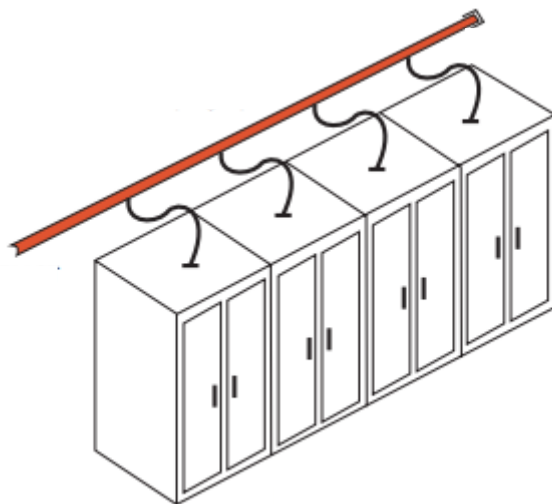
Sastavni dijelovi cjevovoda za uzorkovanje zraka su cijevi, koljena, račve, cijevni priključci (spojnice), redukcije i modul za analizu (koji sadrži ventilator, detekcijsku komoru i filter)[1]. Svi sastavni dijelovi cjevovoda su opisani kroz matematičke modele u poglavlju 2, a ovdje su navedene njihove tehničke karakteristike.

#### 1.4.1. Cijevi

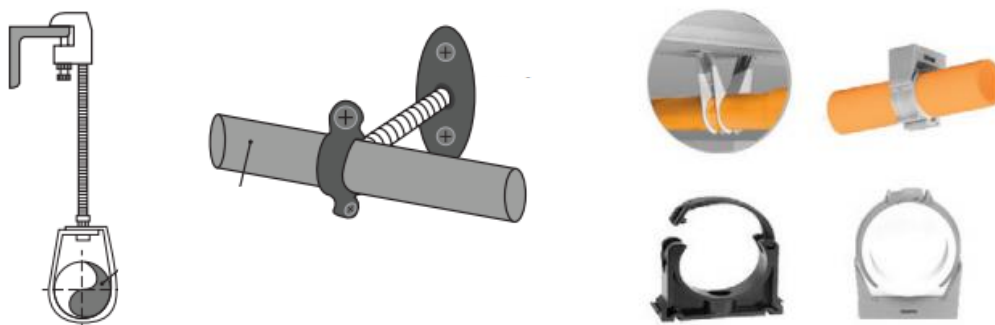
Cijevi u sustavima za detekciju mogu biti ravne i fleksibilne (savitljive) cijevi (Slika 2). Ravne cijevi se većinom koriste za glavne dionice cjevovoda i one su krute, a s fleksibilnim cijevima se dovodi uzorak u glavne cijevi (Slika 3). Promjer cijevi se kreće od 3 do 25 mm, a cijevi su većinom izrađene od PVC-a. Glavni cjevovod se obično spaja na nosače, a tipični primjer nosača prikazan je na Slika 4. Slika 5 prikazuje osnovne konfiguracije spajanja cjevovoda (zmijasta konfiguracija i konfiguracija u obliku vilice).



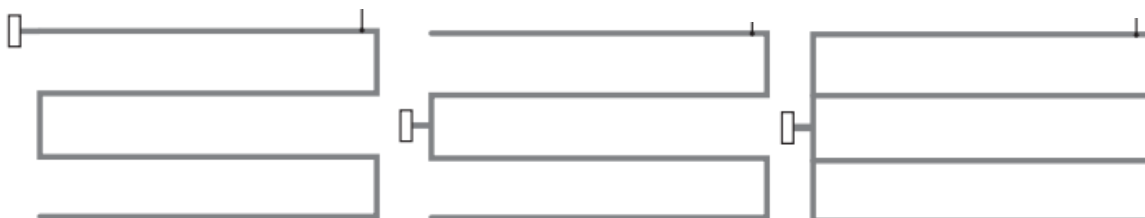
Slika 2 Prikaz osnovnih vrsta cijevi u cjevovodu



Slika 3 Primjer korištenja fleksibilnih cijevi



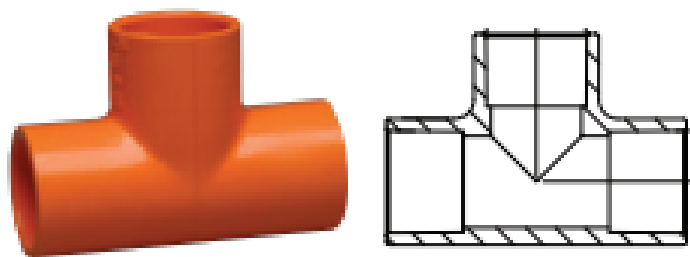
Slika 4 Vrste nosača glavnog voda (teleskopski-lijevo, zidni - desno)



Slika 5 Osnovni načini postavljanja glavnog cjevovoda

#### 1.4.2. Račve

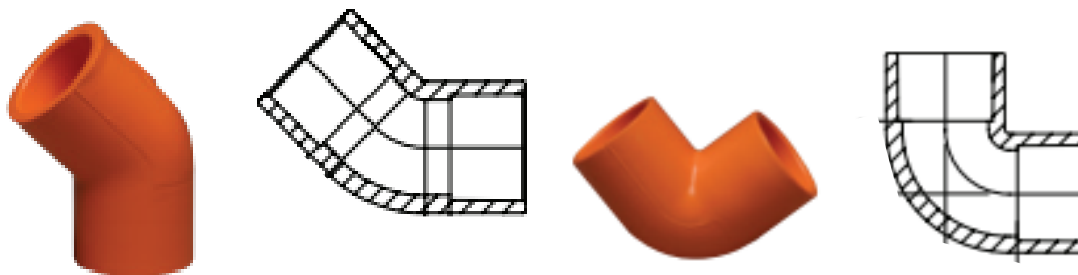
Kod cjevovoda račve služe kako bi se spojilo više cijevi. Račve se mogu razlikovati s obzirom na kut između glavnog i sporednog priključka, promjere ulaza i izlaza, radijuse zaobljenja i po broju ulaza i izlaza. Slika 6 prikazuje primjer račve pod  $90^\circ$ . Materijal od kojeg su izrađene je PVC.



Slika 6 Račva pod 90° stupnjeva sa tri ulaza i njen presjek

#### 1.4.3. Koljena

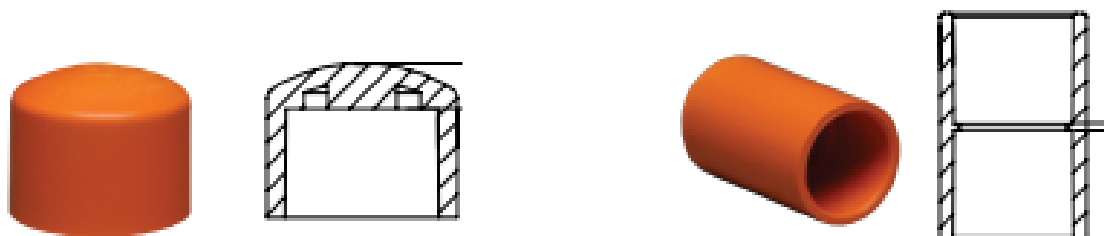
Koljena služe za preusmjeravanje strujanja i najčešće su pod kutom od 45° i 90° stupnjeva. (Slika 7) Većinom su izrađena od PVC-a.



Slika 7 Koljeno pod 45° (lijevo) i koljeno pod 90° (desno)

#### 1.4.4. Cijevni priključci, redukcije i kape

Koriste se kako bi se povezale ravne dionice cjevovoda ili kako bi se promijenio promjer cjevovoda. Kape služe kako bi se zatvorio glavni vod ili kako bi se pustila neka količina zraka u glavni vod da bi se postigla veća nominalna brzina strujanja na kraju voda. Isto kao i ostali elementi izrađuju se od PVC-a. Sljedeća slika (Slika 8) prikazuju primjer spojnice i kape.



Slika 8 Kapa cjevovoda (lijevo) i spojnica cjevovoda (desno)

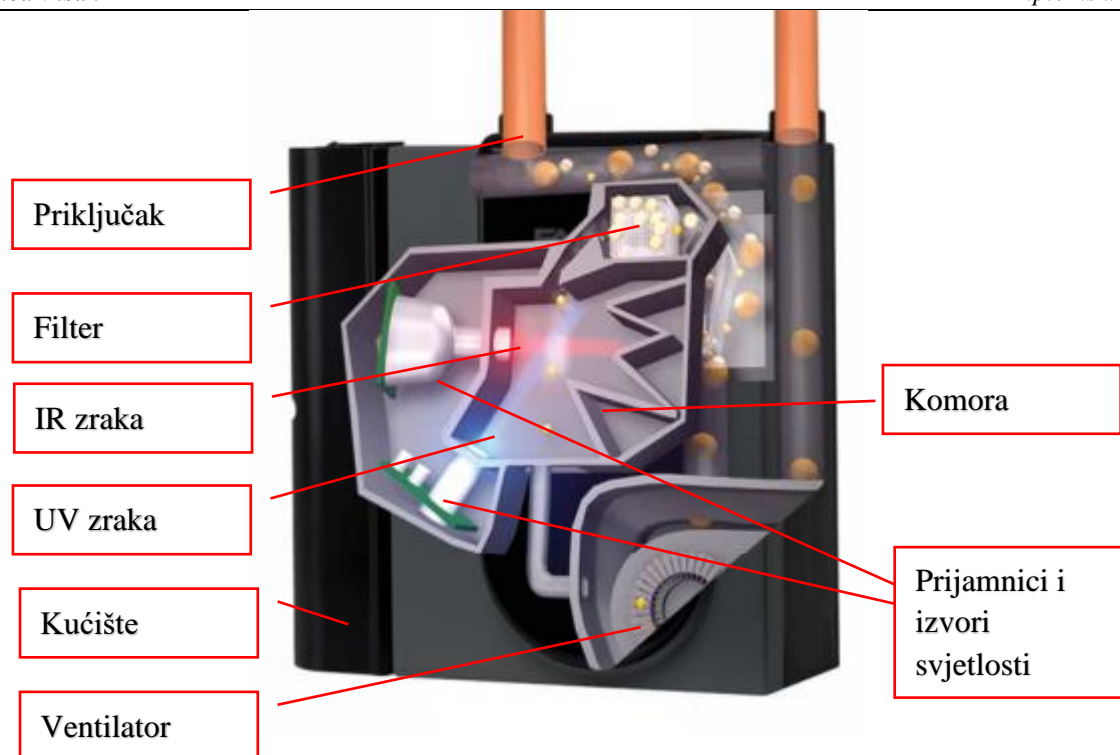
**1.4.5. Modul**

Modul je vrlo osjetljiv uređaj koji služi za analizu uzorka. Kako je već navedeno sastoji se od kućišta, filtera, detekcijske komore, ventilatora i jednog ili više ulaza, elektroničkog sklopa sa izvorom i prijamnikom svjetlosti. Filter u modulu čisti zrak od prašine i vlage te je relativno veliki otpor strujanju zraka. Komora služi kako bi se u njoj usporio i zadržao kontaminirani zrak da bi se mogla izvršiti analiza. Teoretski punjenje komore bi moralo biti brzo i efikasno (ali strujanje u komori ne smije biti prebrzo) i takvu karakteristiku osigurava proizvođač modula. Ventilatoru je zadaća prouzročiti strujanje kako bi se zrak mogao transportirati i on je jedini izvor energije strujanja u cjevovodu. Njegove karakteristike najviše ovise o veličini cjevovoda za koji je namijenjen modul za detekciju. Obično radi s DC motorom (24V), porast tlaka se kreće između 40-300 Pa. Izvori svjetlosti mogu biti različiti, a najviše se primjenjuju ultraljubičasti, infracrveni, LED i laser izvor svjetlosti. U module se često stavljaju po dva izvora svjetlosti kako bi se osiguralo da modul razlikuje čestice prašine od čestica dima. Osjetljivost modula se definira postotkom zatamljenja (obstrukcije svjetlosti), a ona se izračunava prema izrazu

$$O_u = 100 \left[ 1 - \left( \frac{I}{I_0} \right)^{\frac{1}{s}} \right], \quad (1.1)$$

$$\frac{I}{I_0} = \exp(-s\alpha_m \sum_i \rho_i y_{s,i}),$$

pri čemu je  $O_u$  postotak obstrukcije svjetlosti po duljini (%/m),  $I/I_0$  je omjer intenziteta svjetlosti,  $\alpha_m$  je srednji specifični koeficijent smanjenja intenziteta svjetlosti, ( $\text{m}^2/\text{kg}$ ),  $s$  je udaljenost između izvora i prijamnika svjetlosti, (m),  $\rho_i$ , gustoća dima ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $y_{s,i}$  je koncentracija dima u zraku, ( $\text{kg}/\text{kg}$ ). Drugi izraz u (1.1) predstavlja Bouguer-ov zakon za smanjenja intenziteta svjetlosti. Srednji specifični koeficijent smanjenja intenziteta svjetlosti kreće se između 1000 i 13000 ovisno o vrsti dimnih plinova i njihovom sastavu. Njegova vrijednost se određuje eksperimentalno i to samo za neke specifične koncentracije pa je pri samom proračunu jako bitno paziti da se uzima u obzir da dim nije istog sastava kao dim na temelju kojeg je dobiven ovaj koeficijent u eksperimentu. Na sljedećoj slici (Slika 9) je prikazan primjer jednog modula za detekciju tvrtke *System Sensor*, čiji je rang osjetljivosti kreće između 0.00095 %/m - 20.5 %/m.



Slika 9 Prikaz detekcijske komore i sastavni dijelovi

### 1.5. Transportno vrijeme

Transportno vrijeme je ono vrijeme potrebno da kontaminirani zrak doputuje do analizatora od promatranog usisnog mjesta na kojem se pojavio dim. Osjetljivost analizatora se definira kao minimalna koncentracija kontaminirajućih plinova koje analizator može detektirati. U idealnom slučaju (za jako dugo vrijeme) da su protoci kroz  $s$  usisnih otvora jednaki, a da je na samo jednom otvoru koncentracija dimnih plinova  $y$ , tada će do analizatora stići koncentracija  $y/s$ . Transportno vrijeme ovisi od osjetljivosti analizatora (on će registrirati dim iznad neke propisane koncentracije). Jasno je da će u laminarnom strujanju zraka i u turbulentnom strujanju pri nižim vrijednostima Reynolds-ova broja postojati gradijent koncentracije po presjeku, te će i transportno vrijeme za koje će se u analizatoru pojaviti određena koncentracija dimnih plinova ovisiti uglavnom o brzini kojom zadana koncentracija putuje prema analizatoru. Kod odabira modela za izračun transportnog vremena je potrebno paziti da se ono računa po putanjama kuda čestice dima u stvarnosti idu te je bolje uzimati putanje s manjim brzinama kako bi proračun bio na strani sigurnosti.

U ovom radu se transportno vrijeme, prvo minimizira, pa se u druga tri slučaja balansira u cjevovodu, odnosno želi se postići da je na nekom zadanom omjeru radijusa u svakoj cijevi ono isto ili približno isto. Kako su cijevi u cjevovodu koji se optimira različite duljine došao sam do zaključka da je transportno vrijeme potrebno normirati po duljini cijevi. U radovima

autori smatraju da će veliki dio čestice uvijek putovati u središtu cijevi, što ne mora općenito vrijediti, jer nije poznata situacija za sve moguće konfiguracije račvi. Da bi to kompenzirao izračunao sam vrijeme za sloj nešto bliži stijenci cijevi i tada mogu s puno većom sigurnosti tvrditi da će se transport u stvarnosti odigrati za to ili za neko manje vrijeme. Pošto je analizirani cjevovodi namijenjeni protupožarnoj zaštiti, onda svi proračuni koji se provode kod projektiranja tog cjevovoda moraju biti na strani sigurnosti. Isto tako se na temelju proračuna može dati neka garancija o vremenu odaziva sustava i to gornja granica, odnosno najdulje vrijeme potrebno da se desi detekcija za neku koncentraciju na mjestu uzorkovanja naravno uz pretpostavku da se zna koliko je vrijeme reakcije modula.

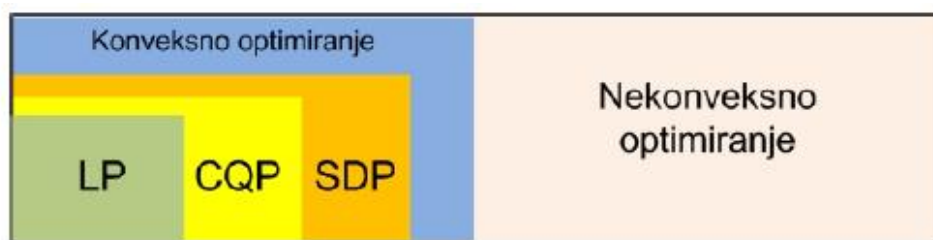
## 1.6. Optimiranje. Višeciljno optimiranje. Parametarsko optimiranje

Pod pojmom optimiranja (još se koristi naziv „matematičko programiranje“) se podrazumijeva skup postupaka s kojima se želi naći najbolje rješenje odnosno optimum (*lat. Optimus* = najbolji, ~~najoptimalniji~~ je krivi pojam). U povijesti su ljudi težili pronalasku optimalnih rješenja, ali moderna optimizacija se je počela razvijati od drugog svjetskog rata. Standardni optimizacijski problem se definira na sljedeći način:

$$\min_x f(x) \text{ uz ograničenja } \begin{cases} h_i(x) = 0, i = 1, \dots, n \\ g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, m \end{cases} \quad (1.2)$$

pri čemu je  $f(x)$  funkcija cilja (skalarna funkcija),  $x$  je vektor projektnih varijabli,  $h_i(x)$  je funkcija ograničenja jednakosti,  $g_j(x)$  je ograničenja nejednakosti. Prva dva optimizacijska problema su formulirana na način iz (1.2). Problem maksimuma se može svesti na problem minimuma jednostavnim množenjem funkcije cilja sa -1. Skup svih mogućih projektnih varijabli se naziva projektni prostor. Optimalno rješenje je vektor projektnih varijabli za koji funkcija cilja ima najmanju vrijednost i ujedno taj vektor zadovoljava sva ograničenja. Na sljedećoj slici (Slika 10) je prikazana moderna podjela optimiranja u ovisnosti o tipu funkcije cilja i ograničenja. U današnje vrijeme se problemi optimiranja rješavaju numeričkim putem. Za rješavanje optimizacijskih problema se koriste metoda najbržeg silaska, Newton-ova metoda, metoda direktnog rješavanja KKT uvjeta (koji su definirani u sljedećem odjeljku), metoda kaznenih funkcija i metode barijernih funkcija. Za rješavanje nelinearnih optimizacijskih problema koriste se i negradijentalne metode (npr. metoda fleksibilnog poliedra). Često se kod optimiranja s ograničenjima, ograničenja jednakosti ugrađuju u funkciju cilja (postupak eliminacija ograničenja jednakosti) što je korišteno u modeliranju problema u

ovom radu. Prvi optimizacijski problem u ovo radu je problem iz (1.2) i u MatLab-u se rješava pomoću Metode unutrašnje točke (Interior point method) sa funkcijom *fmincon*, a osnovni algoritam se može pronaći u [10], [11] i [12].



LP = Linearno programiranje

CQP = Konicno kvadratno programiranje

SDP = Semidefinitno programiranje

Slika 10 Moderna podjela optimiranja

Višeciljno optimiranje je postupak koji rješava sljedeći optimizacijski problem

$$\min_x F(x) \text{ uz ograničenja } \begin{cases} H_i(x) = 0, i = 1, \dots, n \\ G_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, m' \end{cases}$$

pri čemu je:

$$F(x) = [f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots]; \quad (1.3)$$

$$H(x) = [h_1(x), h_2(x), h_3(x), \dots];$$

$$G_j(x) = [g_1(x), g_2(x), g_3(x), \dots].$$

U gornjem optimizacijskom problemu je  $F(x)$  vektor funkcija cilja,  $H(x)$  vektor ograničenja jednakosti za pojedinu funkciju cilja  $f$  i  $G_j(x)$  vektor ograničenja nejednakosti za pojedinu funkciju cilja  $f$ . Višeciljno optimiranje daje mogućnost da se rješavaju problemi sa više funkcija cilja. Osnovni princip višeciljnog optimiranja se definira na sljedeći način: „Stanje  $x^*$  bolje je od stanja  $x$ , ako postoji barem jedna parcijalna funkcija,  $f$ , (npr. transportno vrijeme  $i$ -te cijevi) za koju je stanje  $x_r$  bolje od stanja  $x$ , a da ostalim  $f$ , stanje  $x_r$  nije gore od stanja  $x$ “ ili drugim riječima traži se takvo stanje (vrijednosti projektnih varijabli) u kojem će nova vrijednost one funkcije koja se poboljšava biti bolja od trenutne vrijednosti, a da pritom ni jedna druga funkcija neće dati lošiju vrijednost od vrijednosti u početnom stanju. Ovaj problem se naziva Pareto problem u kojem se teži da svi imaju jednako. O Pareto problemima više se može saznati u [13]. U ovom radu je korištena gotova funkcija za višeciljno optimiranje, *fminimax*, iz programskog paketa *MatLAB* koja rješava nelinearni minmax problem sa ograničenjima.

Temeljni algoritam funkcije spada u skupinu sekvencijalnog kvadratnog optimiranja (*SQP*), a o samom algoritmu na kojem je bazirana ova funkcija može se više naći u [14]. Isto tako je bitno za naglasiti da je spomenuta funkcija lokalni minimizator i rješava konveksne optimizacijske probleme.

Kod parametarskog optimiranja optimiramo određene parametre nekog sustava i oni su funkcija cilja, a projektne varijable su dimenzije tog sustava kojem je poznata topologija i oblik. Ova vrsta optimiranja se još naziva dimenzijonalno optimiranje jer s promjenom dimenzija sustava dobivamo bolje ili lošije parametre sustava. U ovom radu parametri sustava (cjevovoda) su: transportno vrijeme za jedno mjesto uzorkovanja, specifično transportno vrijeme svake cijevi i protok na svakom mjestu uzorkovanja, a projektne varijable su: promjeri cijevi i koordinate početaka i kraja cijevi.

### 1.6.1. Uvjeti optimalnosti problema sa ograničenjima

Nužni uvjeti optimalnosti, koje,  $x_r$ , regularne točke ili kandidati za optimum, kod problema sa ograničenjima jednakosti i nejednakosti moraju zadovoljiti se definiraju na sljedeći način

$$\begin{aligned} \nabla f(x_r) + \sum_{i=1}^n \lambda_{r,i} \nabla h_i(x_r) + \sum_{j=1}^m \mu_{r,j} \nabla g_j(x_r) &= 0; \\ h_i(x_r) &= 0; \quad i = 1, \dots, m; \\ g_j(x_r) &\leq 0; \quad j = 1, \dots, p; \\ \mu_{r,j} g_j(x_r) &= 0; \quad j = 1, \dots, p; \\ \mu_{r,j} &\geq 0; \quad j = 1, \dots, p; \end{aligned} \tag{1.4}$$

a nazivaju se prema svojim autorima Karush–Kuhn–Tucker ili KKT uvjeti. U tim uvjetima su  $\lambda_{r,i}$  i  $\mu_{r,j}$  Lagrange-ovi multiplikatori za ograničenja jednakosti i nejednakosti. Gornji uvjeti su zapravo gradijenti Lagrange-ove funkcije, a zadnja dva uvjeta su dodatni uvjeti koji vrijede samo za standardni optimizacijski problem (problem iz (1.2))[13].



## 2. JEDNODIMENZIJSKI MODEL STRUJANJA ZRAKA U TRANSPORTNOM CJEVOVODU

### 2.1. Matematički opis profila strujanja u cijevima

S obzirom da je strujanje u sustavu detekcije požara blizu laminarnom razmatraju se analitički profili brzina za laminarno strujanje i oni se koriste u daljnjem proračunu. Analitički profil za razvijeno laminarno strujanje glasi

$$v(r) = v_m \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right) = 2v_{sr} \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right), \quad (2.1)$$

Pri čemu je  $v(r)$  brzina na radijusu  $r$ ,  $v_m$  je brzina u osi cijevi, a  $v_{sr}$  je srednja brzina,  $R$  je radijus cijevi i vrijedi da je  $0 \leq r \leq R$ . Na tragu ovog profila je pomoću eksperimenata razvijen model za profil u ulaznom dijelu cijevi gdje se brzina mijenja sa povećanjem udaljenosti od ulaza u cijev, a taj profil ovisi o parametru  $n$ , a ima sljedeći matematički oblik

$$v(r, z) = v_{sr} \frac{3n+1}{n+1} \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right), \quad (2.2)$$

pri čemu je parametar  $n$  funkcija od  $z$  (koordinate uzduž osi cijevi),  $n = n(z)$ , te se on mijenja teorijski od 0 pa do 1. Parametar  $n$  se u literaturi opisuje sljedećom polinomnom funkcijom

$$n = 214.28 \left( \frac{z}{RRe} \right)^3 - 102.52 \left( \frac{z}{RRe} \right)^2 + 17.05 \left( \frac{z}{RRe} \right), \quad (2.3)$$

gdje je  $z$  udaljenost od početka cijevi,  $Re$  je Reynolds-ov broj, a  $R$  je radijus cijevi (unutarnji)[3]. Pošto je  $n$  polinomna funkcija ona za velike  $z$  ne teži ka 1 nego naglo raste prema nekoj većoj vrijednosti, napravljena je zamjena funkcije iz (2.3) sa eksponencijalnom funkcijom sljedećeg oblika

$$n = c - be^{\left( -a \frac{z}{RRe} \right)} \quad (2.4)$$

Pri čemu su  $a$ ,  $b$ ,  $c$  konstante određene metodom najmanjih kvadratnih odstupanja, a imaju iznose  $a=18.84$ ,  $b=0.9975$ ,  $c=1.024$ . Reynolds-ov broj u izrazu (2.4) se određuje prema sljedećem izrazu

$$Re = \frac{2Rv_{sr}}{\nu} \quad (2.5)$$

pri čemu je  $\nu$  kinematska viskoznost tvari. Reynolds-ov broj predstavlja omjer između inercijskih sila i viskoznih sila i što je veći to su inercijske sile dominantnije.

Na temelju profila iz jednadžbe (2.2) moguće je dobiti izraz za pad tlaka u cijevi uslijed laminarnog strujanja i to na sljedeći način. Prvo se izračuna smično naprezanje na stijenci cijevi koje je jednako

$$\tau = \mu \frac{dv(r, z)}{dr} = -\mu v_{sr} \frac{(1+3n) \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{n}}}{nR}, \quad (2.6)$$

što nakon što se uvrsti za  $r = R$  prelazi u oblik

$$\tau = -\mu v_{sr} \frac{(1+3n)}{nR}. \quad (2.7)$$

Nakon toga se može napisati jednadžba ravnoteže za isječak iz cijevi duljine  $dz$ , koja glasi

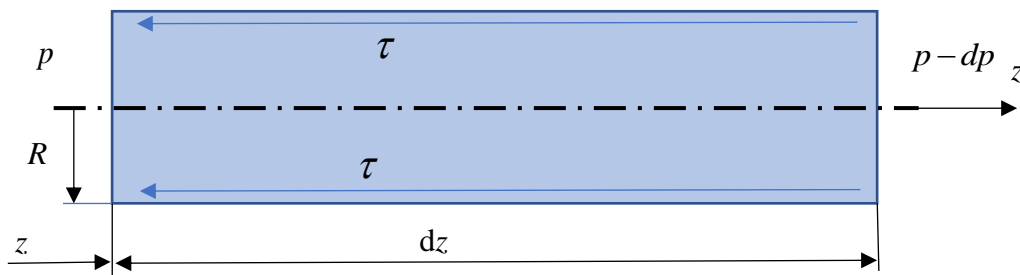
$$\sum F_z = 0; (p - p + dp) R^2 \pi - 2R \pi \tau dz = 0, \quad (2.8)$$

pa iz ove jednadžbe slijedi, nakon uvrštavanja iz (2.7) i sređivanja

$$dp = -2\mu v_{sr} \frac{(1+3n)}{nR^2} dz. \quad (2.9)$$

Nakon što se integrira gornja jednadžba dobiva se izraz za linijski pad tlaka u cijevi koji glasi

$$p_1 - p_2 = - \frac{2\rho v_{sr} \left( 2R^2 v_{sr} \left( \ln(c-b) - \ln \left( ce^{\frac{aLv}{2R^2 v_{sr}}} - b \right) \right) - 3acLv \right)}{acR^2} \quad (2.10)$$



Slika 11 Slika uz izvod jednadžbe (2.10)

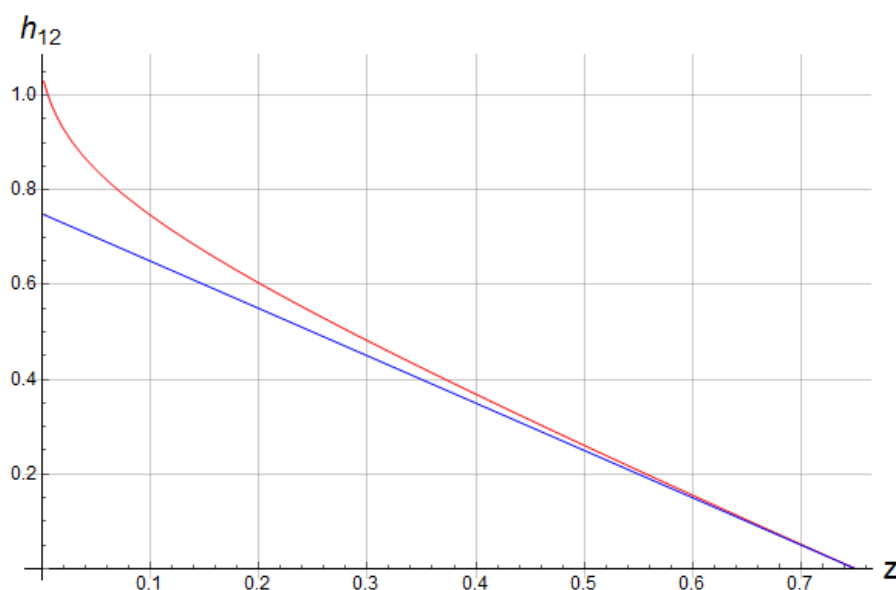
Dijeljenjem jednadžbe (2.10) sa  $\rho g$  dobiva se izraz za visinu gubitaka u cijevi duljine  $L$  i radijusa  $R$ , koja glasi

$$h_{12} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = - \frac{2\rho v_{sr} \left( 2R^2 v_{sr} \left( \ln(c-b) - \ln \left( ce^{\frac{aLv}{2R^2 v_{sr}}} - b \right) \right) - 3acLv \right)}{\rho g acR^2}. \quad (2.11)$$

Linijski gubitak visine prema Darcy-Weissbachovim zakonu se može zapisati na sljedeći način

$$h_{12}^{DW} = \frac{64}{\text{Re}} \frac{L}{2R} \frac{v_{sr}^2}{2g} = \frac{8vL}{g} \frac{v_{sr}}{R^2} . \quad (2.12)$$

Dijagram sa sljedeće slike (Slika 12) daje usporedbu visine gubitaka dobivene prema izrazu (2.11) i (2.12) te je vidljivo je da se prema prvom izrazu dobivaju veće visine gubitaka nego prema drugom izrazu što i mnoga mjerenja potvrđuju. Isto tako je vidljivo da se krivulja dobivena na temelju prvog izraza asimptotski približava drugoj krivulji što isto eksperimenti pokazuju. Ovaj graf je napravljen za strujanje zraka u cijevi sa srednjom brzinom,  $u_{sr} = 2 \text{ m/s}$ , promjer cijevi,  $d = 0.01 \text{ m}$ , duljinu cijevi,  $L = 0.75 \text{ m}$  i Reynolds-ov broj,  $\text{Re} = 1305.5$ .



Slika 12 Usporedba pada tlaka dobivenog na temelju jednadžbe (2.11) - crvena linija i (2.12) - plava linija

## 2.2. Jednadžbe strujanja u cjevovodu. Hidraulički proračun

Hidraulički proračun cjevovoda se temelji na modificiranoj Bernulije-voj jednadžbi. Kako se u cjevovodu pojavljuju i lokalni i linijski gubici, te se pojavljuje ventilator, jednadžba za i-ti ulaz u cjevovod do izlaza iz cjevovoda glasi

$$h_{\text{mod}} - \sum h_{\text{lin}} - \sum h_{\text{lok}} = 0, \quad (2.13)$$

pri čemu je  $h_{\text{mod}}$ , visina dobave modula (ventilatora, analizatora, filtera,...),  $h_{\text{lin}}$  su linijski gubici u cijevima, a  $h_{\text{lok}}$ , je visina lokalnog gubitka u račvi ili koljenu ili pak u proširenju cijevi (uključujući kinetičku energiju na izlazu iz cijevi)[9].

### 2.2.1. Visina dobave modula

Visina dobave modula je jednaka zbroju visine dobave ventilatora, od koje su oduzeti gubici u visini uslijed strujanja kroz filter i komoru. Na skici (Slika 13) je shematski prikazan modul. Vidljivo je da su paralelno spojeni filter i komora sa ventilatorom. Modul je tako konstruiran da 3/10 zraka prolaze kroz filter i komoru, a 7/10 kroz ventilator i ovo je pretpostavka jer se u ovom radu ne ulazi u detalje konstrukcije modula za detekciju. P-Q karakteristika ventilatora je prikazana sljedećom jednačbom

$$p(Q) = V_1 Q_v^2 + V_2 Q_v + V_3, \quad (2.14)$$

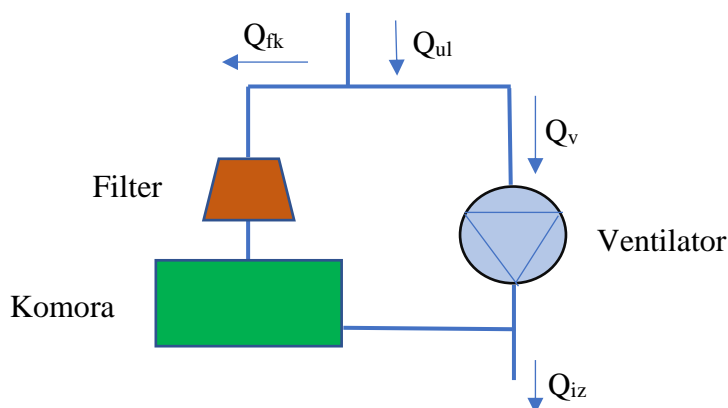
pri čemu su  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  konstante dobivene eksperimentalno i iznose redom  $V_1 = -1.08 \times 10^7$ ,  $V_2 = -8280$ ,  $V_3 = 48$ . [2] p-Q karakteristika se može izraziti kao h-Q karakteristika i dodatno se može izraziti preko ulaznog toka u modul, pri čemu je  $O_{mu}$  omjer između protoka kroz ventilator i protoka na ulazu u modul (ili izlazu jer se radi o nestlačivom fluidu), a h-Q karakteristika u navedenom obliku je prikazana sljedećom jednačbom

$$h(Q) = \frac{1}{\rho g} \left( V_1 (O_{vm} Q_m)^2 + V_2 (O_{vm} Q_m) + V_3 \right), \quad (2.15)$$

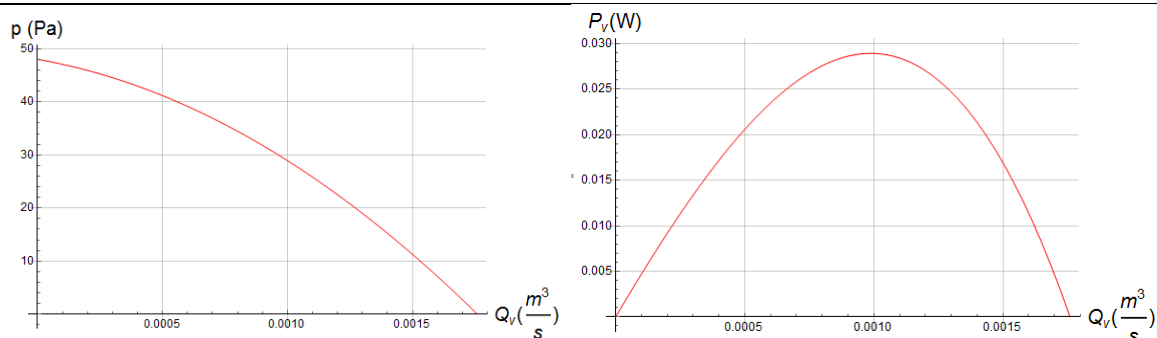
isto tako se može prikazati karakteristika snage modula ili P-Q karakteristika koja se dobiva množenjem jednačbe (2.14) sa protokom i glasi

$$P(Q) = V_1 Q_v^3 + V_2 Q_v^2 + V_3 Q_v. \quad (2.16)$$

Slika prikazuje p-Q (lijevo) i P-Q (desno) karakteristiku ventilatora.



Slika 13 Shematski prikaz modula



Slika 14 Karakteristike ventilatora, lijevo p-Q, P-Q desno

Za razliku od ventilatora koji daje sustavu energiju, komora i filter troše energiju kada kroz njih struji zrak, tako da ne želimo sav zrak pustiti kroz njih jer su oni dosta veliki potrošači energije. Sljedećim izrazom je dana p-Q karakteristika filtera

$$p_f = F_1 Q_{fk}^2 + F_2 Q_{fk} \quad (2.17)$$

pri čemu su  $F_1$  i  $F_2$ , konstante dobivene mjerenjem, a redom iznose,  $F_1 = 4.212 \times 10^7$  i  $F_2 = 91499$ . Na isti način kao i kod ventilatora je moguće dobiti h-Q karakteristiku filtera i svesti je na protok na ulazu u modul, a h-Q karakteristika glasi

$$h_f = \frac{1}{\rho g} \left( F_1 ((1 - O_{vm}) Q_m)^2 + F_2 ((1 - O_{vm}) Q_m) \right) \quad (2.18)$$

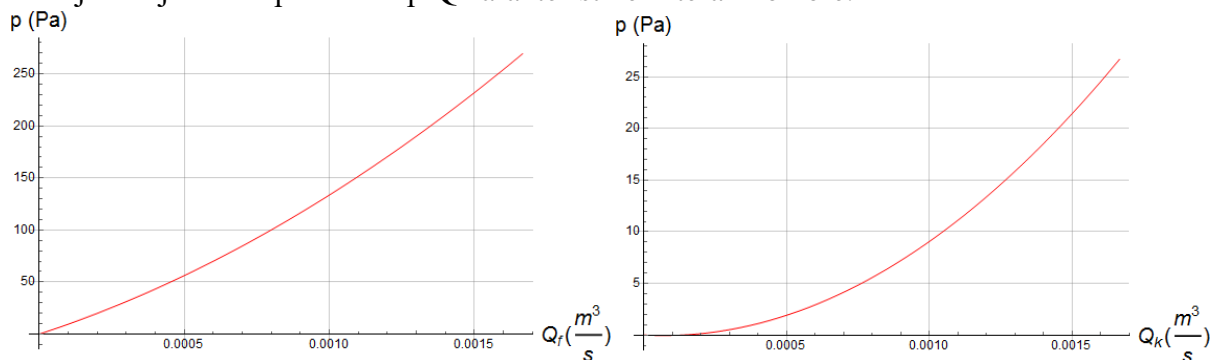
p-Q karakteristika komore je prikazana sljedećim izrazom

$$p_k(Q) = K_1 Q_{fk}^2 + K_2 Q_{fk} \quad (2.19)$$

Gdje su  $K_1$  i  $K_2$  konstante komore, koje imaju sljedeće iznose,  $F_1 = 1.044 \times 10^7$  i  $F_2 = -1380$ . h-Q karakteristika komore je dana sljedećim izrazom

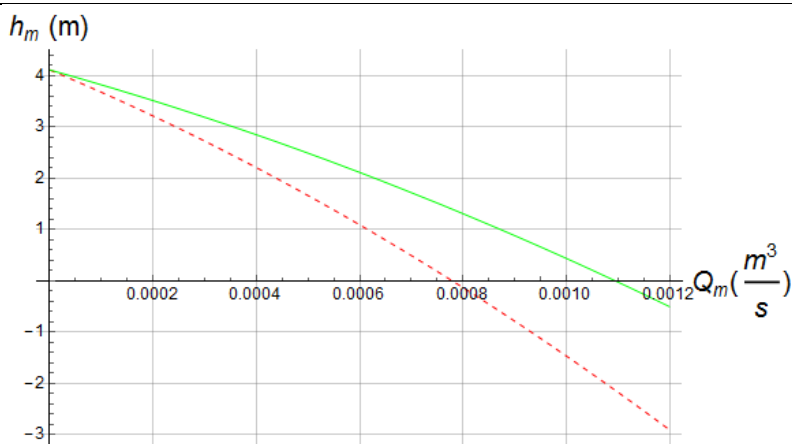
$$h_k = \frac{1}{\rho g} \left( K_1 ((1 - O_{vm}) Q_m)^2 + K_2 ((1 - O_{vm}) Q_m) \right) \quad (2.20)$$

Na sljedećoj slici su prikazane p-Q karakteristike filtera i komore.



Slika 15 p-Q karakteristika filtera (lijevo) i komore (desno)

Ukupna h-Q karakteristika modula je prikazana na sljedećoj slici (Slika 16) i to za omjer 0.5 i za omjer 0.7.



Slika 16 Karakteristika modula u ovisnosti o omjeru protoka,  $O_{vm}$ , 0.5 isprekidana, a 0.7 puna linija

### 2.2.2. Visina linijskih gubitaka

Visina linijskih gubitaka se računa prema izrazu (2.11) i za svaku cijev se smatra da se u njoj uvijek razvija profil od nule, odnosno nakon svake račve ili koljena se uzima navedena pretpostavka.

### 2.2.3. Visina lokalnih gubitaka

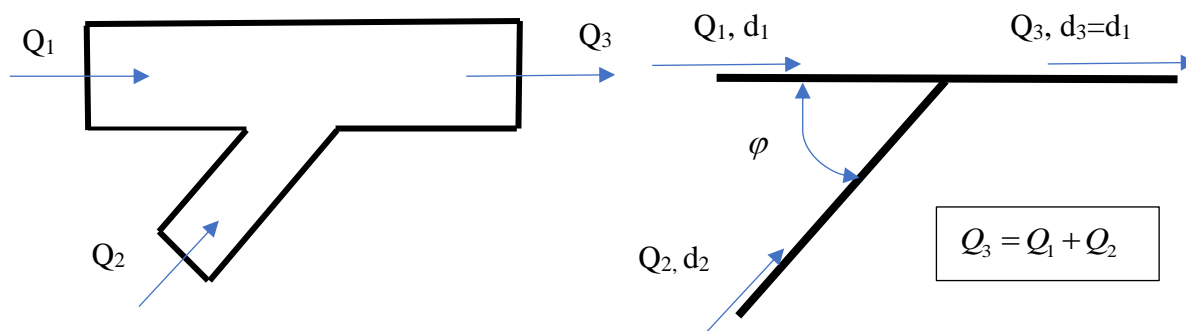
Visina lokalnih gubitaka se računa prema sljedećem izrazu

$$h_{lok} = K_{lok} \frac{8Q_K^2}{D^4 \pi^2 g} \quad (2.21)$$

gdje je  $K_{lok}$  koeficijent lokalnih gubitaka, a  $Q_K$  je protok na koji je sveden koeficijent lokalnog gubitka.

#### 2.2.3.1. Koeficijent gubitka za račve s konveksnim strujanjem

Konveksno strujanje u račvama se događa kada se struje u račvu skupljaju u jednu izlaznu struju. Na sljedećoj slici je shematski prikazana račva sa konveksnim strujanjem



Slika 17 Konveksno strujanje u račvama

Iz literature [4] su nađeni sljedeći izrazi za određivanje koeficijenata lokalnih gubitaka za konveksno strujanje u račvama,

$$\begin{aligned} K_{c13} &= kc_{13} \left( (Q_{13})^2 (m^2 - 2m \cos(\varphi) - 2) + 4(Q_{13}) \right) - 1, \\ K_{c23} &= kc_{23} \left( 2(Q_{23}) - (1 + 2m \cos(\varphi))(Q_{23})^2 \right), \end{aligned} \quad (2.22)$$

pri čemu je  $m$  omjer između priključnog i glavnog voda, a definiran je kao

$$m = \frac{d_3^2}{d_1^2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}, \quad (2.23)$$

$\varphi$  je kut između glavnog i priključnog voda,  $kc_{13}$  je korekcijski faktor,  $Q_{13}$  je definiran kao omjer između struja u glavnom vodu, a  $Q_{23}$  je omjer između struje iz priključnog voda i izlazne struje, pa se ta dva omjera zapisuju na sljedeći način

$$Q_{13} = \frac{Q_1}{Q_3}; \quad Q_{23} = \frac{Q_2}{Q_3}. \quad (2.24)$$

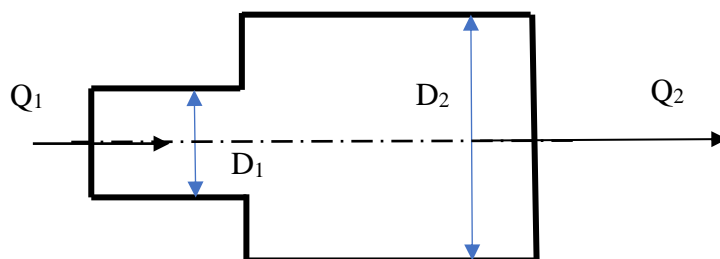
Ovi koeficijenti gubitaka su svedeni na izlazni protok, pa se u jednadžbu (2.21) mora uvrstiti izlazni protok i promjer glavnog voda.

### 2.2.3.2. Lokalni gubici u proširenjima

Računaju se na temelju sljedećeg izraza

$$K_{12} = k_{12} \left( 1 - \left( \frac{D_1^2}{D_2^2} \right) \right)^2, \quad (2.25)$$

gdje je  $k_{12}$  korekcija dobivena iz eksperimenta ili numeričkom simulacijom. Kada je  $D_2 \gg D_1$  tada je  $K_{12}=1$  i na taj način se mogu modelirati ulazi u veliki spremnik. Ovaj koeficijent gubitka je sveden na ulazni promjer i tako ga je potrebno računati.



Slika 18 Skica uz izraz (2.25)

### 2.2.3.3. Ostali koeficijenti lokalnih gubitaka

U ostale koeficijente lokalnih gubitaka spadaju gubici u koljenima, i uzima se za koljena pod  $90^\circ$  da je  $K=0.5$ , a za koljeno pod  $45^\circ$  je  $K=0.3$ .

### 3. MATEMATIČKO MODELIRANJE TRODIMENZIJSKOG STRUJANJA ZRAKA

#### 3.1. Osnovne jednadžbe strujanja i transporta vrsta u računalnoj dinamici fluida

Osnovni zakoni u mehanici fluida zadovoljavaju oblik opće transportne jednadžbe koja glasi:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi)}_{\text{član vremenske promjene}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\varphi u_j)}_{\text{konvektivni član}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}\right)}_{\text{difuzijski član}} + \underbrace{S_\varphi}_{\text{izvorski član}}. \quad (3.1)$$

iz koje se vidi da je zbroj lokalne i konvektivne promjene veličine  $\varphi$  ( $\varphi$  može označavati masenu gustoću, količinu gibanja, energiju, itd.) je jednak zbroju difuzijske promjene svojstva  $\varphi$  i izvorskog člana [8]. U jednadžbi (3.1)  $\Gamma_\varphi$  označuje koeficijent difuzije,  $\rho$  je gustoća fluida,  $x_j$  koordinata u kartezijev-om koordinatnom sustavu,  $t$  je vrijeme. U integralnim obliku jednadžba (3.1) ima sljedeći oblik

$$\underbrace{\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) dV}_{\text{vremenska promjena svojstva u kontrolnom volumenu}} + \underbrace{\int_V \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\varphi u_j) dV}_{\text{konvektivna promjena svojstva u kontrolnom volumenu}} = \underbrace{\int_V \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}\right) dV}_{\text{difuzijska promjena u kontrolnom volumenu}} + \underbrace{\int_V S_\varphi dV}_{\text{promjena svojstva u kontrolnom volumenu zbog izvorskog člana}}, \quad (3.2)$$

pri čemu je  $V$  volumen kontrolnog volumena. Kako bi se jednadžba (3.2) prilagodila za primjenu u metodi konačnih volumena potrebno je, uz korištenje Gauss-ovog integralnog teorema, drugi i treći član transformirati kao integral po plohi kontrolnog volumena. Gauss-ov integralni teorem glasi

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x_j}(X_{ij}) dV = \int_S n_j (X_{ij}) dS, \quad (3.3)$$

pri čemu je  $X_{ij}$  neko tenzorsko polje definirano u volumenu  $V$ , a  $V$  je volumen unutar zatvorene plohe  $S$  koja ga obuhvaća. Gauss-ov integralni teorem kaže da je integral divergencije nekog tenzorskog (vektorskog polja) po nekom dovoljno malom volumenu  $V$ , jednak integralu skalarnog umnoška normale,  $n_j$ , na površinu,  $S$ , koja zatvara taj volumen i tenzorskog polja,  $X_{ij}$ , po površini,  $S$ , koja taj volumen zatvara. Primjenom teorema iz (3.3) na (3.2) dobiva se sljedeći oblik transportne jednadžbe



$$\underbrace{\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) dV}_{\text{vremenska promjena svojstva u kontrolnom volumenu}} + \underbrace{\int_S n_j (\rho\varphi u_j) dS}_{\text{konvekcija kroz površinu kontrolnog volumena}} = \underbrace{\int_S n_j \left( \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) dS}_{\text{difuzija kroz površinu kontrolnog volumena}} + \underbrace{\int_V S_\varphi dV}_{\text{promjena svojstva u kontrolnom volumenu zbog izvorskog člana}}. \quad (3.4)$$

Iz jednadžbe (3.1) se mogu dobiti svi zakoni konzervacije potrebni za rješavanje problema strujanja i transporta.

Kako se ovaj rad bavi transportom dimnih plinova tada je potrebno riješiti transportnu jednadžbu za kemijske vrste (chemical species). Ona se iz (3.1) dobiva na način da se u nju za  $\varphi$  uvrsti masena koncentracija  $k$ -te kemijske vrste,  $y_k$ , pa se dobiva

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho y_k)}_{\text{član vremenske promjene kemijske vrste}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho y_k u_j)}_{\text{konvektivni prijenos kemijske vrste}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_{y_k} \frac{\partial y_k}{\partial x_j} \right)}_{\text{difuzijski prijenos kemijske vrste}} + \underbrace{S_{y_k}}_{\text{izvorski član kemijske vrste}} \quad (3.5)$$

### 3.2. Model turbulencije

U provedenim analizama se pojavljivala određena vrtložnost koja može izazivati turbulentni karakter strujanja, u analizama je korišten  $k - \varepsilon$  model turbulencije koji se opisuje pomoću dvije transportne jednadžbe. Prva transportna jednadžba je za turbulentnu kinetičku energiju,  $\bar{k}$ , i glasi

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{k}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j \bar{k}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma^k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] + G - \rho \bar{\varepsilon}, \quad (3.6)$$

a jednadžba za brzinu turbulentne disipacije,  $\bar{\varepsilon}$ , a u krajnjem obliku glasi

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{\varepsilon}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j \bar{\varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma^\varepsilon} \right) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + C_1 G \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} - C_2 \rho \frac{\bar{\varepsilon}^2}{\bar{k}}, \quad (3.7)$$

pri čemu je  $G$ , generacija turbulentne kinetičke energije,  $C_1$ ,  $C_2$  i  $\sigma^k$ , su modelske konstante, a  $\mu_t$  je turbulentna viskoznost koja se modelira sljedećim izrazom

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{\bar{k}^2}{\bar{\varepsilon}}, \quad (3.8)$$

pri čemu je  $C_\mu$  modelska konstanta[15].

### 3.3. Difuzni transport kemijskih vrsta (Fick-ov zakon)

U transportnoj jednadžbi (3.5),  $\Gamma_{y_k}$  predstavlja koeficijent difuzije koji se koji je definiran sljedećom jednadžbom

$$\Gamma_{y_k} = \left( \rho D_{k,smj} + \frac{\mu_t}{Sc_t} \right), \quad (3.9)$$

pri čemu je  $D_{k,smj}$  difuzijski koeficijent  $k$ -tog člana u smjesi, a  $Sc_t$  je Schmidt turbulentni broj koji je definiran na sljedeći način

$$Sc_t = \frac{\mu_t}{\rho D_t}, \quad (3.10)$$

pri čemu je  $D_t$  turbulentna difuzija koju je teško eksperimentalno odrediti, ali se može odrediti cijeli Schmidt-ov turbulentni broj eksperimentalnim putem, ili se on uzima pretpostavljen pa se uspoređuju rezultati analize sa eksperimentom[16].  $D_{k,smj}$  se računa na temelju modela generaliziranog Fick-ovog zakona koji glasi

$$J_k = -\rho D_{kj} \frac{\partial y_k}{\partial x_j} \delta_{jk}, \quad (3.11)$$

pri čemu je  $D_{kj}$  tenzor difuznosti dimenzije  $(n-1, n-1)$ , a  $n$  je broj kemijskih vrsta,  $y_k$  je vektor masenih koncentracija dimenzije  $(n-1, 1)$ , a  $J_i$  je vektor difuzijskog fluksa i ima dimenziju  $(n-1, 1)$ [17].

### 3.4. Numerički postupak

Za rješavanje matematičkog modela korišten je programski paket *AVL FIRE*, a detalji numeričkog postupka se mogu naći u priručniku kao i sva teoretska pozadina algoritama u programu [17].

Kako bi se odredilo točno vrijeme transporta dima potrebno je što više smanjiti numeričku difuziju, a to se radi sa gustom mrežom i sa zadovoljavanjem CFL broja i ova dva kriterija su u suprotnosti, jer ako su ćelije u mreži velike, neće se dobro opisati gradijenti polja i polja fizikalnih veličina, o kojima ovisi transport fizikalnih veličina, ali ćemo lakše postići kriterij CFL broja, a da simulacija predugo ne traje zbog veličine koraka. U suprotnom slučaju s usitnjavanjem mreže sve bolje se opisuju fizikalna polja i gradijente, ali se povećava vrijeme simulacije jer je vremenski korak sve manji. CFL broj nosi naziv po imenima autora, Courant–Friedrichs–Lewy i bezdimenzijska je veličina. Kod eksplicitnih metoda vremenske integracije

uvjetuje i stabilnost i za vrijednost CFL-a veću od 1 vjerojatno će analiza divergirati. Kod implicitnih metoda vrijednost veća od jedan neće izazvati divergenciju jer su implicitne metode puno stabilnije, ali će izazvati grešku u rješenju, koja je u ovom slučaju takozvana numerička ili lažna difuzija. Matematički je CFL definiran kao

$$CFL = \Delta t \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{\Delta x_i} \leq CFL_{\max} \quad (3.12)$$

pri čemu je  $\Delta t$ , vremenski korak integracije,  $\Delta x_i$ , prostorni korak integracije,  $u_i$  je brzina u smjeru prostornog koraka integracije,  $n$  je broj stupnjeva slobode (u slučaju mehanike fluida imamo od 1 do 3 stupnja i to ovisi dali je strujanje jednodimenzijsko, dvodimenzijsko ili trodimenzijsko), a  $CFL_{\max}$  je maksimalni iznos CFL broj i ona je obično 1. Iz (3.12) se dobiva sljedeći uvjet

$$CFL_{\max} = 1; \text{ pa je } \Delta t \leq \left( \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{\Delta x_i} \right)^{-1}, \quad (3.13)$$

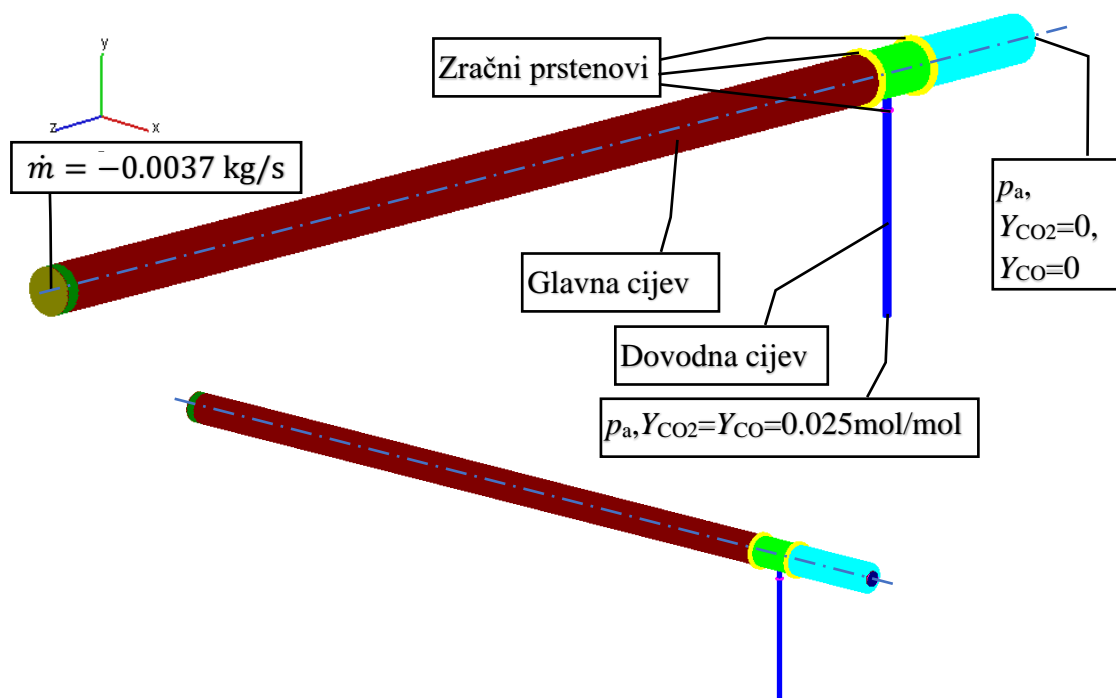
i kada je on ispunjen ne bi se trebala pojaviti velika numerička difuzija.

## 4. ANALIZA STRUJANJA U RAČVI PRIMJENOM RAČUNALNE DINAMIKE FLUIDA

### 4.1. Opis problema i geometrije

#### 4.1.1. Postavke analiza spoja pod pravim kutom

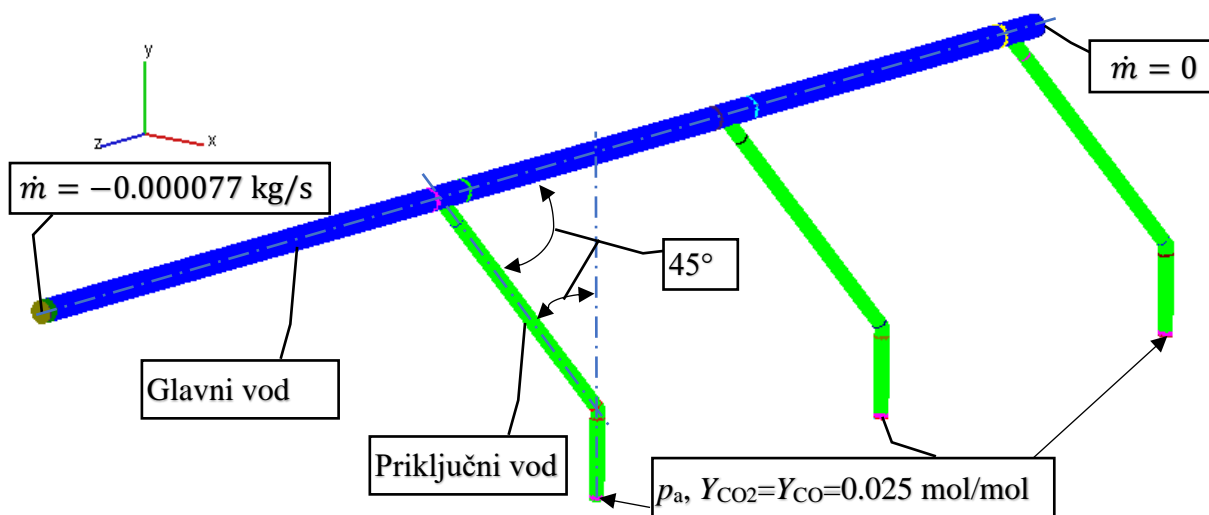
Na slici je prikazana geometrija spoja cijevi kod kojeg je promjer glavnog voda 20 mm, a promjer priključnog voda 3 mm, a kapa je promjera 10 mm. Na kapi i ulazu zraka je zadan atmosferski tlak, a na izlazu je zadan maseni protok zraka. Domena je diskretizirana sa 1.3 mil konačnih volumena. Kod diskretizacije se pazilo da se uz stjenku napravi postepena gradacija konačnih volumena sa faktorom povećanja 1.1. U stacionarnoj analizi se usisava čisti zrak i kroz kapu i kroz priključnu cijev, dok se u nestacionarnoj analizi polazi od stacionarnog stanja strujanja (radi razvijenih profila brzine), te se u početnom trenutku kroz priključnu cijev usisava kontaminirani zrak (koji sadrži 2.5% molnog udjela CO i CO<sub>2</sub>). Svojstva plinova su uzeta iz baze podataka računalnog programa *FIRE*. U obje analize se koristio reaizable k-epsilon model turbulencije uz standardne postavke tog modela. U nestacionarnoj analizi je vremenski korak integracije odabran tako da je CFL broj bio manji od 1 (vidi sliku Slika 31), a iznosio je  $2.5 \cdot 10^{-5}$  s. Ukupno vrijeme integracije je odabrano da kontaminirani zrak doputuje do izlaznog kraja cijevi. Ostali podaci o proračunskom modelu su dani u Tablica 1.



Slika 19 Proračunska domena za račvu 90°

#### 4.1.2. Postavke analize spoja s koljenima pod 45° i račvama pod 45°

Na sljedećoj slici (Slika 20) su naznačene promjene u rubnim uvjetima u odnosu na prethodni slučaj. Duljina glavnog voda je 600 mm, a priključne cijevi duljine 150 mm su raspoređene na razmacima od 200 mm. Promjer glavnog cjevovoda je 5 mm, a promjeri priključnih cijevi su 3 mm. U ovoj analizi kontaminirani zrak ulazi kroz sve tri priključne cijevi. Domena je diskretizirana sa 1.1 mil konačnih volumena. Ostale postavke su iste kao u prethodnom slučaju.

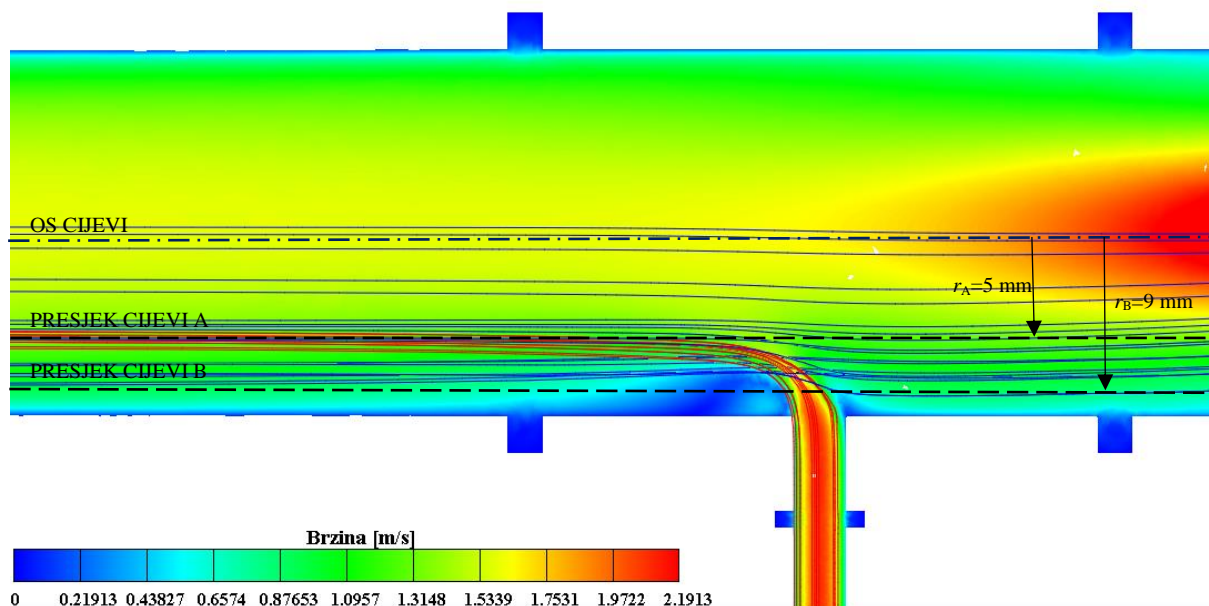


Slika 20 Proračunska domena za račve i koljena pod 45°

## 4.2. Rezultati analize

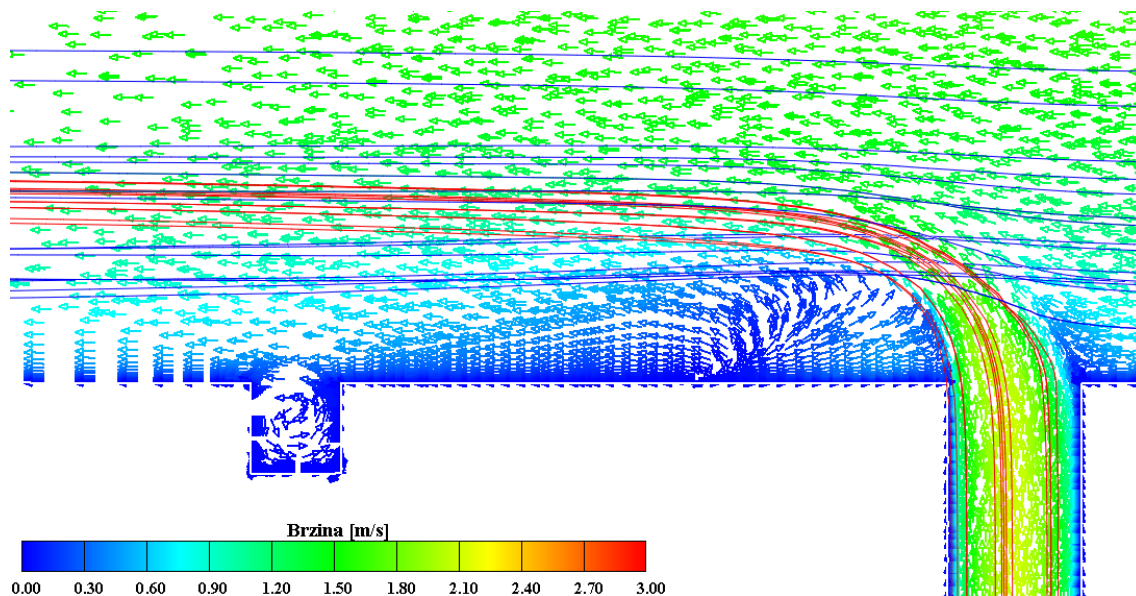
### 4.2.1. Rezultati analize za spoj cijevi pod pravim kutom (račvi) za stacionarno strujanje

Slika 21 prikazuje raspodjelu brzina na spoju (račvi) između glavnog i dovodnog voda te su prikazane strujnice iz sporednog voda te u glavnom vodu. Sa slike je vidljivo da struja iz dovodnog voda nije u mogućnosti prodrijeti u centar glavne cijevi što znači da se transport neće odvijati relativno velikom brzinom iz centra cijevi nego će se transport odvijati nekom manjom brzinom.



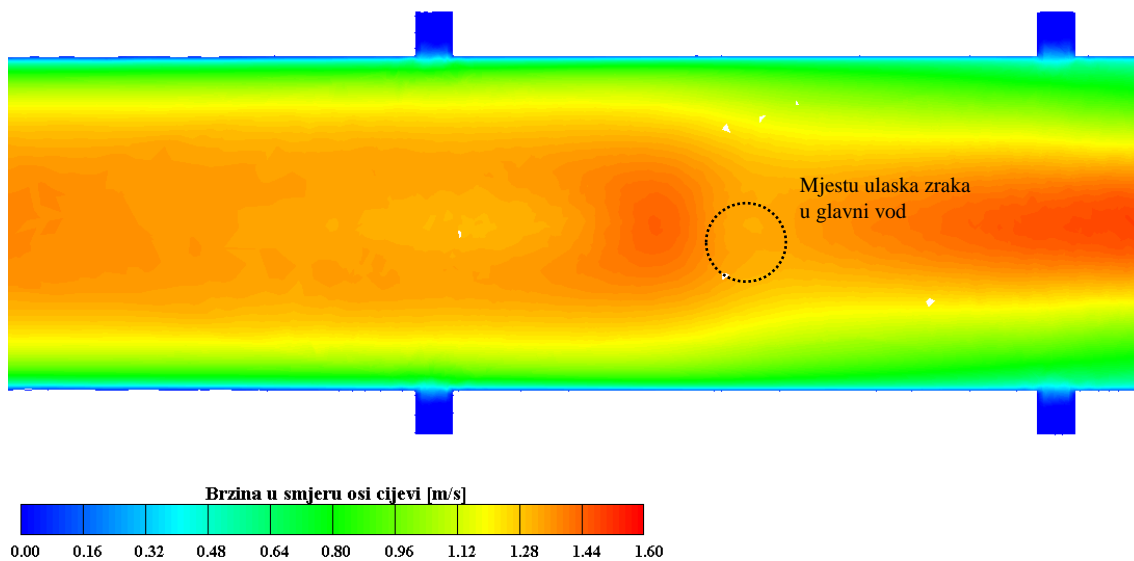
Slika 21 Polje apsolutnih brzina u (m/s) i strujnice na spoju dovodne cijevi i glavne cijevi

Prikaz vektora brzina se nalazi na sljedećoj slici (Slika 22) i vidljivo je kako nakon ulaza postoji dio recirkulacije koja se nije uspjela razviti u vrtlog. Ta recirkulacija podiže struju iz dovodnog voda, što je njen dobar efekt, a loš efekt je što je ona relativno veliki uzročnik disipacije energije strujanja. Nadalje se vidi da postoje vrtlozi u zračnim prstenima koji uzrokuju disipaciju, i njihov efekt se obično ubraja u cjelokupni pad tlaka u račvi.



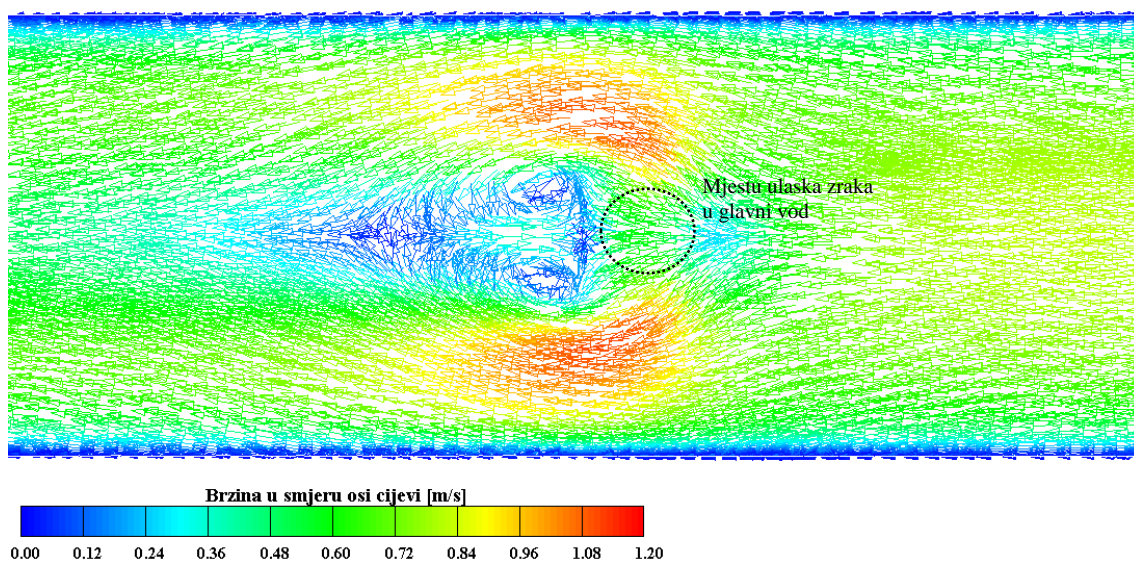
Slika 22 Projekcija vektora brzina na vertikalnu ravninu i strujnice oko ulaza

Na sljedećoj slici (Slika 23) je prikazana raspodjela brzine u smjeru osi strujanja u presjeku A (udaljenom od osi 5 mm) i vidi se povećanje brzine strujanja neposredno poslije mjesta ulaska zraka u račvu, nakon tog mjesta ponovni pad brzine strujanja.



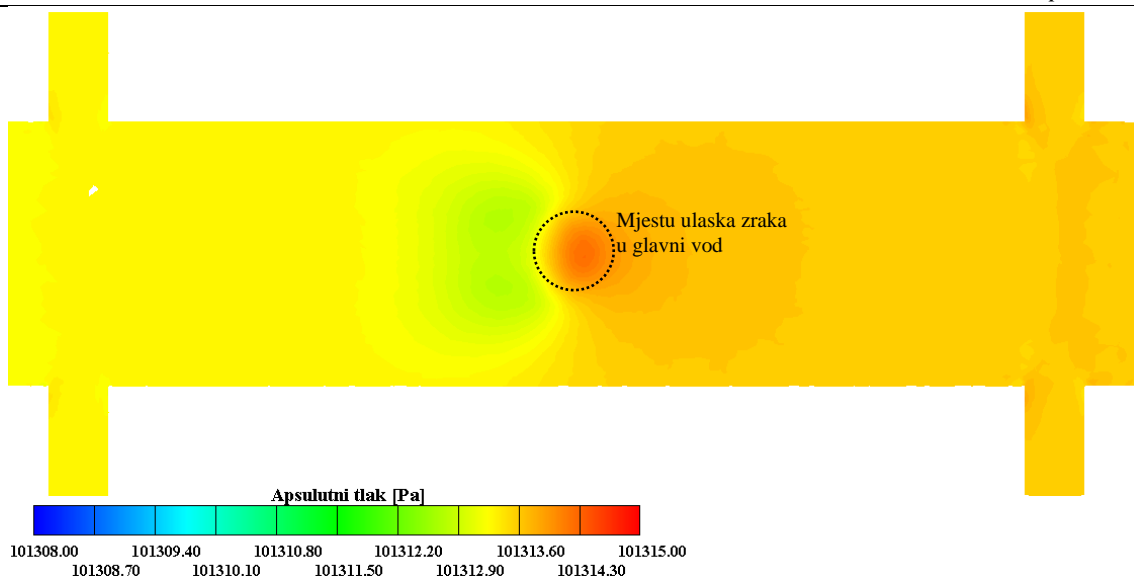
Slika 23 Brzina strujanja u smjeru osi cijevi na horizontalnom presjeku A

Iz donje raspodjele brzine se vidi da postoje neposredno poslije ulaska zraka u cijev dva vertikalna vrtloga koji osim što izazivaju disipaciju, uzrokuju akumuliranje uzorka koji se transportira zajedno sa zrakom, te uzrokuju dodatno kašnjenje.



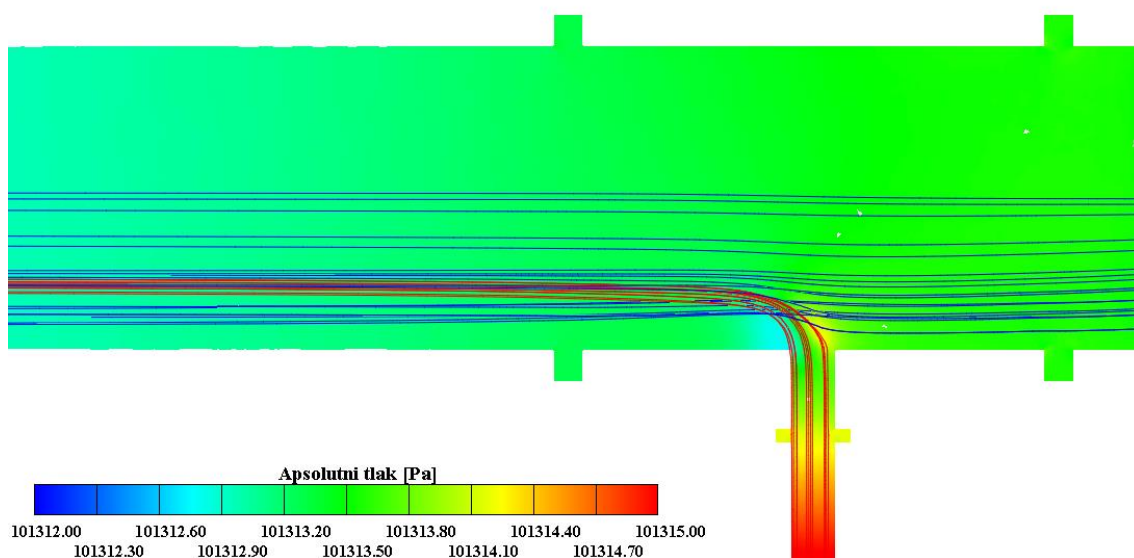
Slika 24 Projekcija vektora brzine na ravninu presjeka B

Raspodjela apsolutnog tlaka u presjeku B prikazana je na Slika 25 i vidljivo je da na mjestu ulaska zraka u glavnu cijev postoji skok tlaka od 2 Pa, te iza toga pad tlaka od 4 Pa i na temelju tog pada tlaka se ostvaruje usisavanje uzorka u glavni cjevovod (jet propulsion efekt).



Slika 25 Raspodjela apsolutnog tlaka u presjeku B

Polje apsolutnog tlaka je prikazano na donjoj slici (Slika 26) i vidljivo je da se polje tlaka značajno ne mijenja u račvi, osim neposredno oko ulaza što znači da struja iz dovodnog cjevovoda nije dovoljno jaka da se uspije pomiješati sa glavnom strujom što znači da čestice neće biti u moćnosti putovati nekom velikom brzinom, nego će većina čestica putovati nekom manjom brzinom.

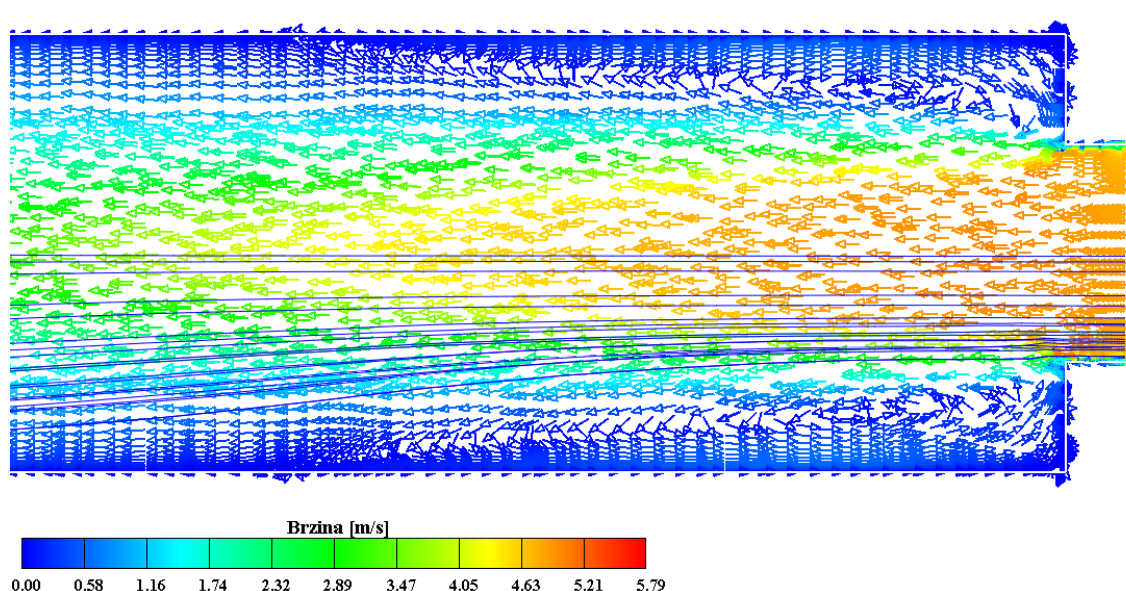


Slika 26 Raspodjela apsolutnog tlaka u (Pa) i strujnice na spoju glavne i priključne cijevi



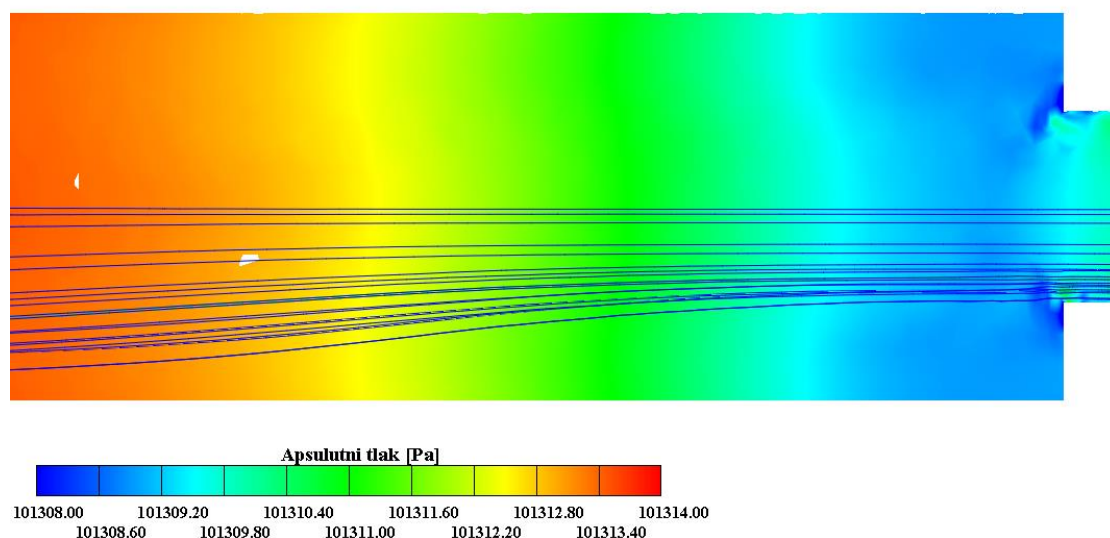
## 4.2.1.1. Rezultati analize na kapi (suženom ulazu u cjevovod)

Slika 27 prikazuje projekcije vektora ukupne brzine na vertikalnu ravninu kroz os cijevi, te strujnice na donjoj strani cijevi. Vidljivo je da su vrtlozi izrazito izduženi i da su otprilike simetrični u odnosu na os cijevi. Nadalje se vidi da postoji veliki pad brzine strujanja od kape nizvodno, te takav pad uzrokuje relativno veliki gubitak kinetičke energije.



Slika 27 Projekcija vektora ukupne brzine na vertikalnu ravninu i prikaz strujnica

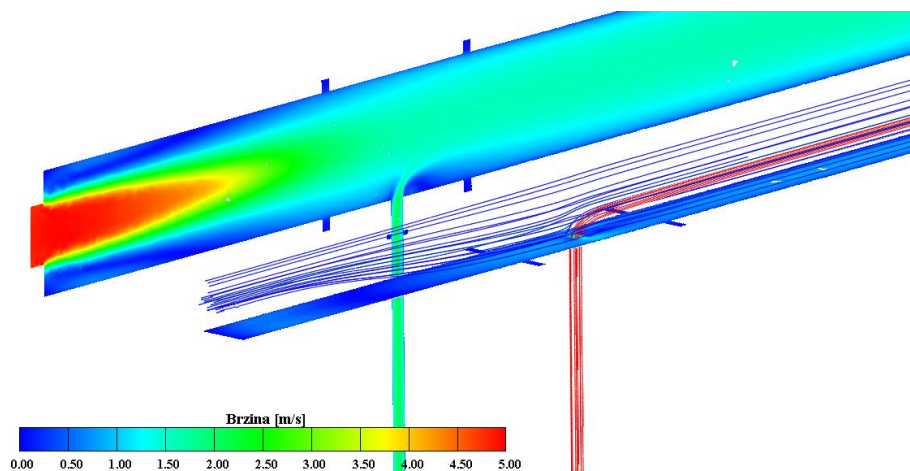
Iz raspodjele sa slike (Slika 28) je vidljivo da prvo postoji određeni pad tlaka, pa opet tlak raste, uzrok porastu tak je ustrujavanje nizvodne struje zraka koja predstavlja glavnoj struji prepreku. To se vidi na slici (Slika 26).



Slika 28 Polje apsolutnog tlaka na ulazu u glavni cjevovod (kapi)

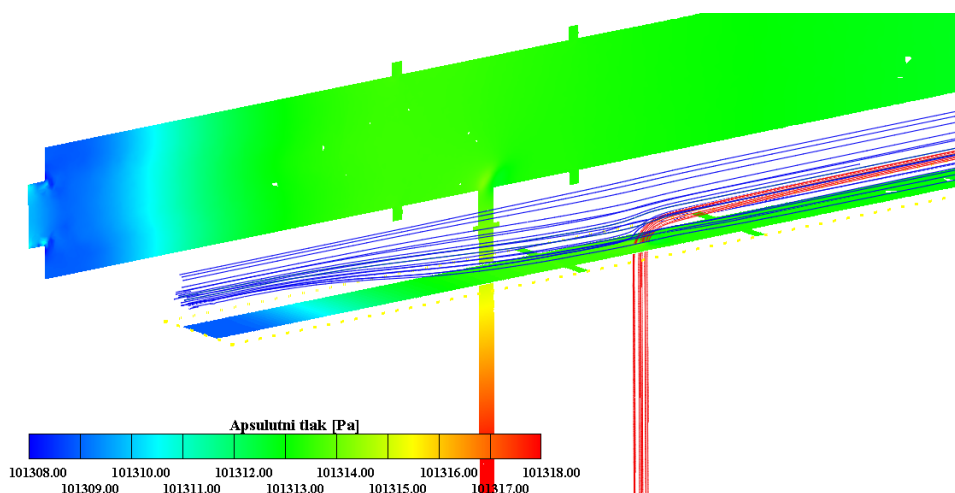
## 4.2.1.2. Prikaz rezultata u 3D

Na sljedećoj slici (Slika 29) su prikazana polja brzine i strujnice u 3D.



Slika 29 Prikaz polja brzina i strujnica 3D

Prikaz globalne slike tlaka i strujnica u 3D je prikazan na sljedećoj slici (Slika 30).



Slika 30 Prikaz raspodjele apsolutnog tlaka i strujnica u 3D

Iz gornje slike (Slika 30) se ponovo vidi da će kontaminirani zrak koji dolazi kroz priključnu cijev, u glavnoj cijevi ostati u sloju koji putuje manjom brzinom od maksimalne. Za ovaj slučaj strujanja transportno vrijeme će biti podcijenjeno ako se računa s maksimalnom brzinom.

## 4.2.1.3. Tablični prikaz rezultata stacionarne analize

U sljedećoj tablici su sumirani svi rezultati stacionarne analize strujanja u ovoj cijevi. Vidljivo je da pad tlaka u priključnoj cijevi za ovaj slučaj iznosi 9.1 Pa, što je puno veće od padova tlaka  $\Delta p_{13}$  i  $\Delta p_{23}$  koji iznose 0.3 i 0.9 Pa. Prema modelu pada tlaka u račvi (2.22) ovi padovi tlaka iznose 0.16 i 0.8 Pa. S obzirom da su ti lokalni gubici puno manji od linijskih gubitaka smatrat ćemo da je formula (2.22) dovoljno točna.

Tablica 1 Prikaz rezultata stacionarne analize

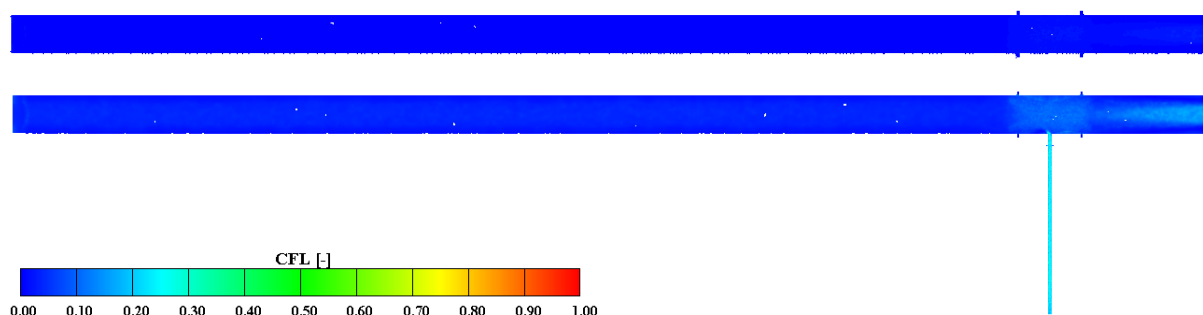
Cijev	Parametar	Mjesto	Iznos
Glavna cijev	$L$	-	600 mm
	$D$	-	20 mm
	$V_{sr}$	50 mm	1.15 m/s
		150 mm	1.19 m/s
		450 mm	1.19 m/s
		550 mm	1.192 m/s
	$Q_{sr}$	Prije račve:	0.0003612 m <sup>3</sup> /s
		Poslije račve:	0.0003738 m <sup>3</sup> /s
	$\dot{M}_{sr}$	Prije račve:	0.0004352 kg/s
		Poslije račve:	0.0004435 kg/s
	$Re$	Prije račve:	1501.32
		Poslije račve:	1553.55
		Na kraju cijevi:	1556.16
	$\Delta p$	Od račve do kraja	3 Pa
Priključnoj cijevi	$l$	-	85 mm
	$d$	-	3 mm
	$v_{sr}$	Na početku:	1.27 m/s
		Na sredini:	1.27 m/s
		Prije račve:	1.27 m/s
	$Q_{sr}$	-	0.000008977 m <sup>3</sup> /s
	$\dot{m}_{sr}$	-	0.00001067 kg/s
	$Re$	Na početku:	248.69
		Na sredini:	248.69
		Na kraju cijevi:	248.69
	$\Delta p$	-	9.1 Pa
Kapa	$D_k$	-	20 mm
	$d_k$	-	10 mm
	$l_k$	-	3 mm
	$v_k$	-	4.5936 m/s
	$\Delta p$	-	0.8 Pa

<b>Račva</b>	$D_{13}$	-	20 mm
	$d_2$	-	3 mm
	$L_{13}$	-	30 mm
	$l$	-	15 mm
	$\Delta p_{13}$	-	0.3 Pa
	$\Delta p_{23}$	-	0.9 Pa

#### 4.2.1.4. Tranzijentna analiza transporta dima

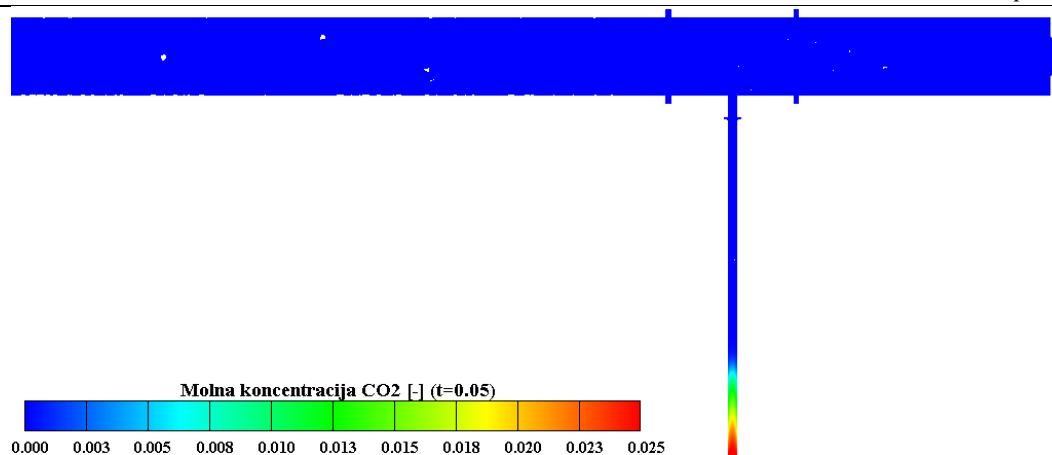
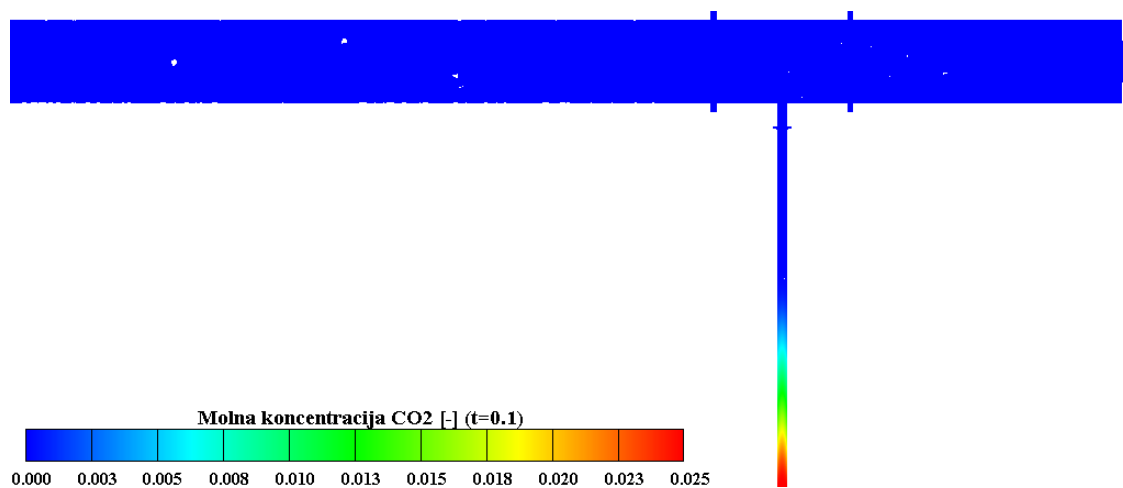
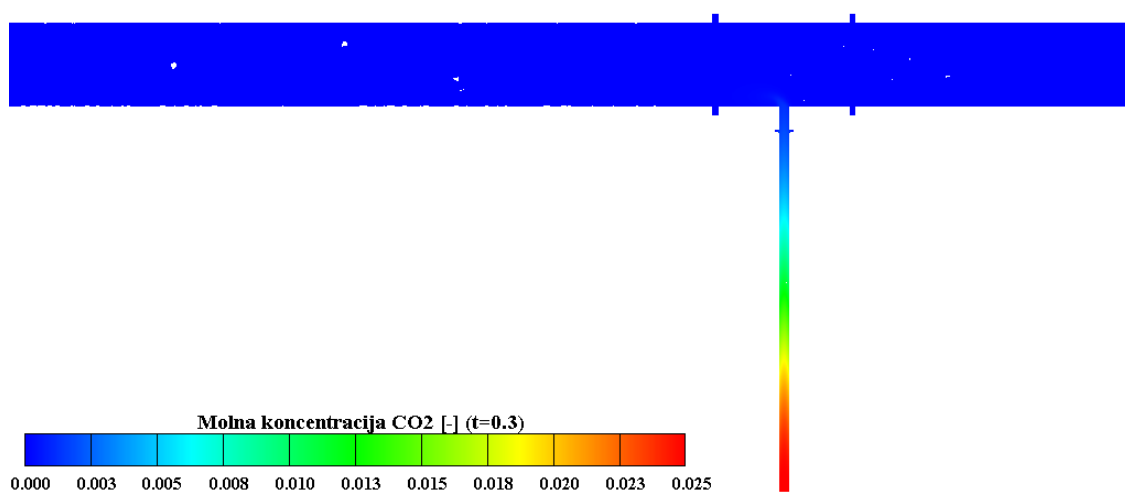
Ovoj analizi je za cilj bio pokazati kako kontaminirani zrak putuje kroz cjevovod te usporediti transportno vrijeme do izlaza iz cijevi prema ovoj analizi i prema pretpostavci da kontaminacija putuje srednjom brzinom.

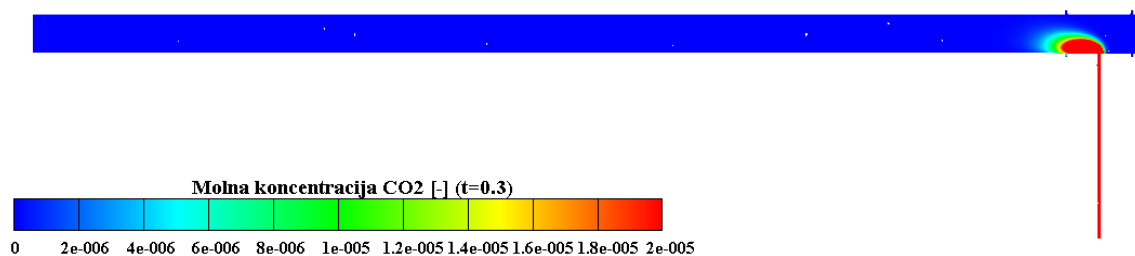
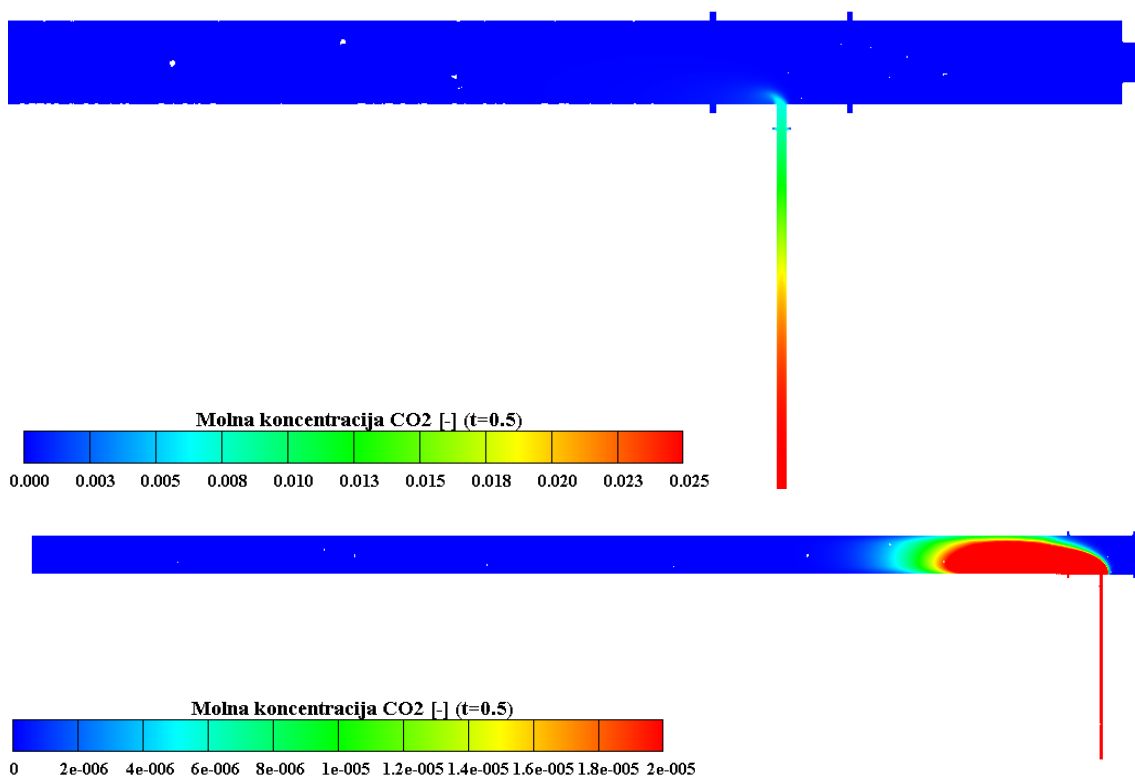
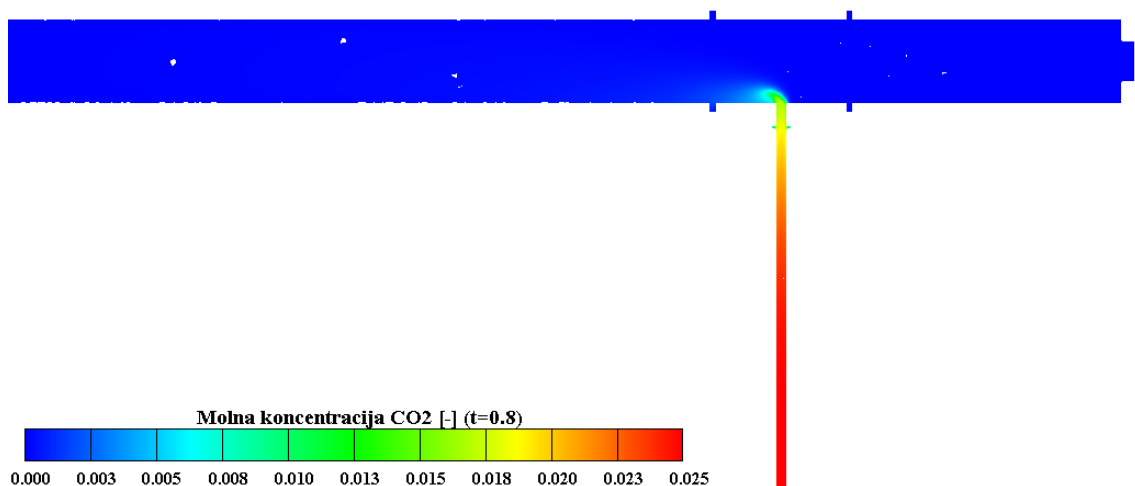
Kod tranzijentnih analiza je jako bitno paziti da se ne dogodi numerička difuzija, a kriterij da se ne dogodi numerička difuzije je da je Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) broj manji od 1. Sljedeća slika prikazuje raspodjelu CFL-a po proračunskoj domeni.

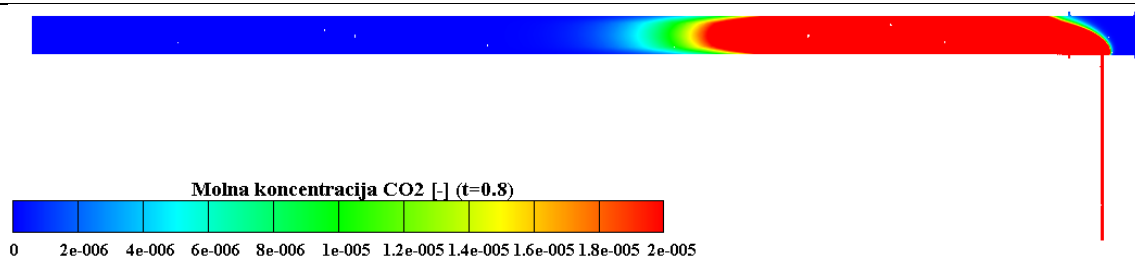
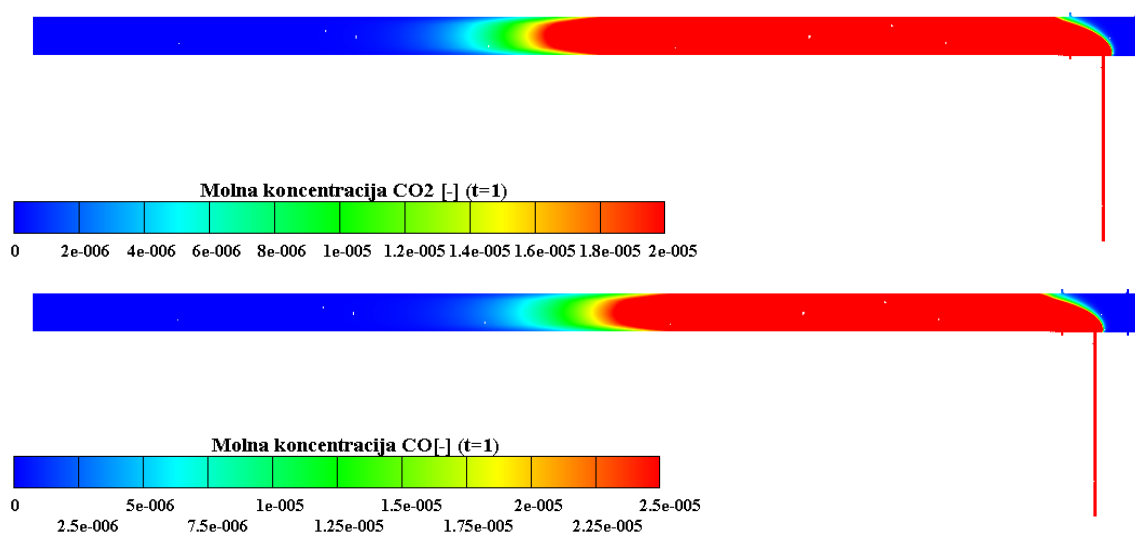
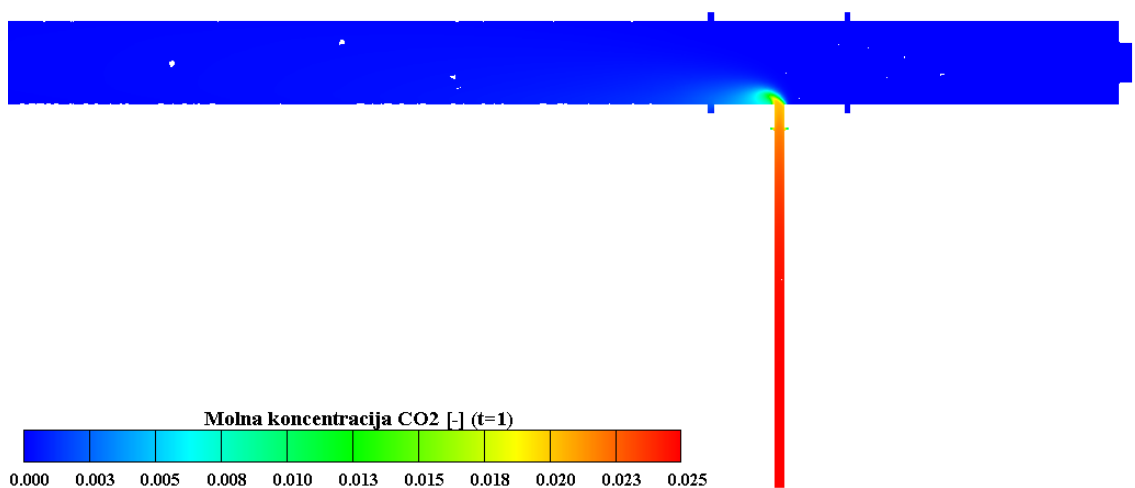


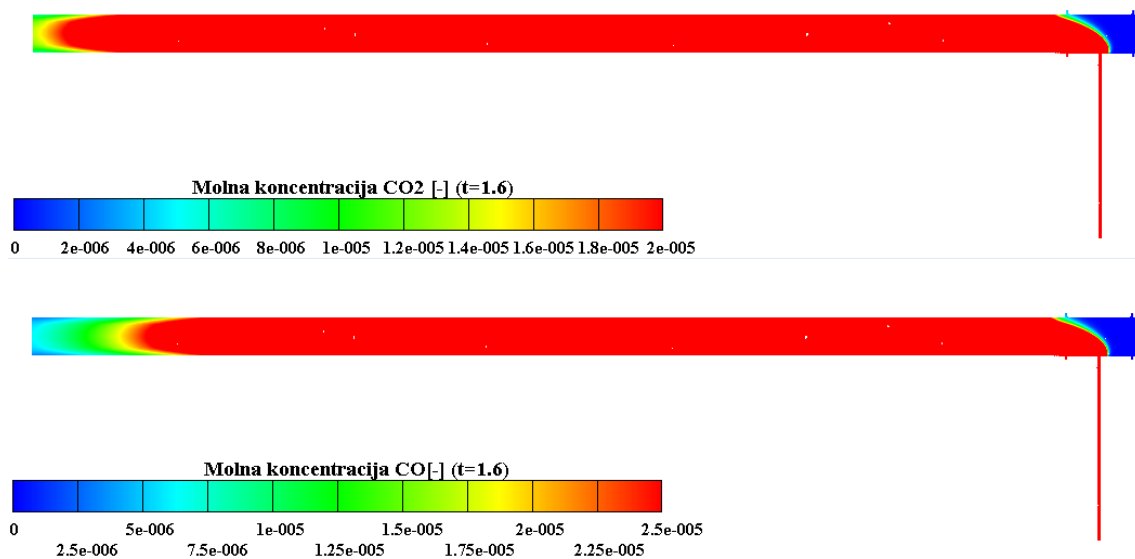
Slika 31 Raspodjela CFL broja po proračunskoj domeni

Na sljedećim slikama prikazana je raspodjela molne koncentracije  $\text{CO}_2$  i  $\text{CO}$  u različitim vremenskim trenucima. Raspodjela koncentracije  $\text{CO}_2$  je prikazana na Slika 32 do Slika 38 za vremenske trenutke 0.05, 0.1, 0.3, 0.5 i 0.8 s. Na slikama Slika 39 i Slika 40 koje se odnose na vremenske trenutke 1 i 1.6 s su prikazane koncentracije  $\text{CO}$ . Nakon dolaska kontaminiranog zraka u glavni vod koncentracija naglo opada radi miješanja čistog i kontaminiranog zraka, Pa su na slikama koriste različite skale koncentracije (kako bi prikazi bili jasniji). Sa srednjom brzinom strujanja transportno vrijeme bi bilo 0.48 s, a analiza pokazuje da je kontaminirani zrak maksimalne koncentracije dolazi do kraja cijevi za približno 1.6 s. Iz slika (Slika 39 i Slika 40) je vidljivo da fronta koncentracije  $\text{CO}_2$  putuje nešto većom brzinom od fronte koncentracije  $\text{CO}$ , što se može objasniti većim koeficijentom difuzije  $\text{CO}_2$ .

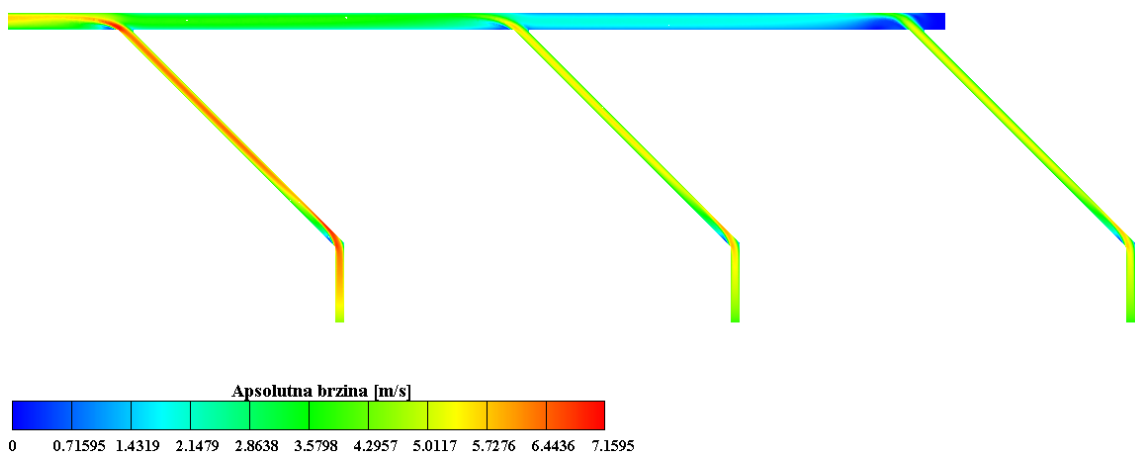
Slika 32 Molna koncentracija CO2 u trenutku  $t=0.05$  sSlika 33 Molna koncentracija CO2 u trenutku  $t=0.1$  sSlika 34 Molna koncentracija CO2 u trenutku  $t=0.3$  s

Slika 35 Molna koncentracija CO<sub>2</sub> u trenutku t=0.3 sSlika 36 Molna koncentracija CO<sub>2</sub> u trenutku t=0.5 sSlika 37 Molna koncentracija CO<sub>2</sub> u trenutku t=0.8 s

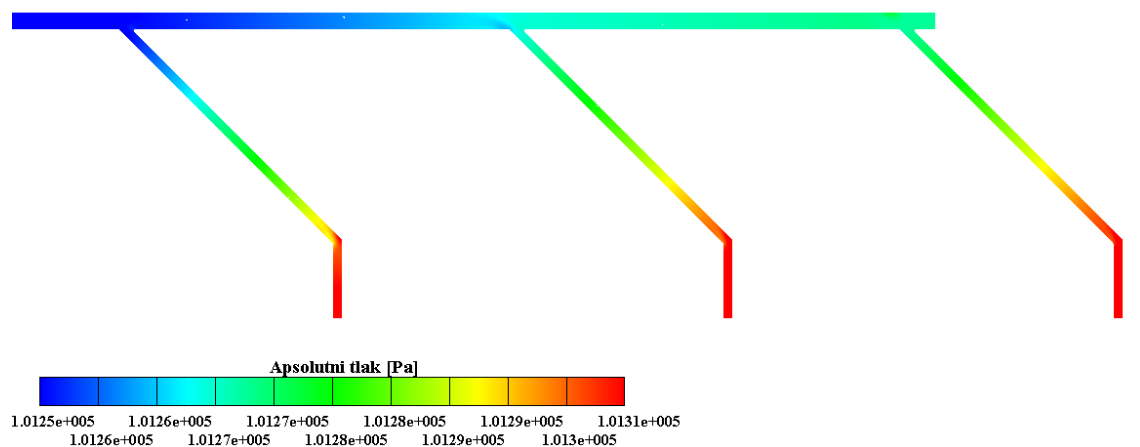
Slika 38 Molna koncentracija CO<sub>2</sub> u trenutku t=0.8 sSlika 39 Molna koncentracija CO<sub>2</sub> i CO u trenutku t=1 s

Slika 40 Molna koncentracija CO<sub>2</sub> i CO u trenutku t=1.6 s

#### 4.2.2. Stacionarna analiza sa koljenima pod 45° i račvama pod 45°



Slika 41 Raspodjela polja apsolutne brzine



Slika 42 Raspodjela polja apsolutnog tlaka

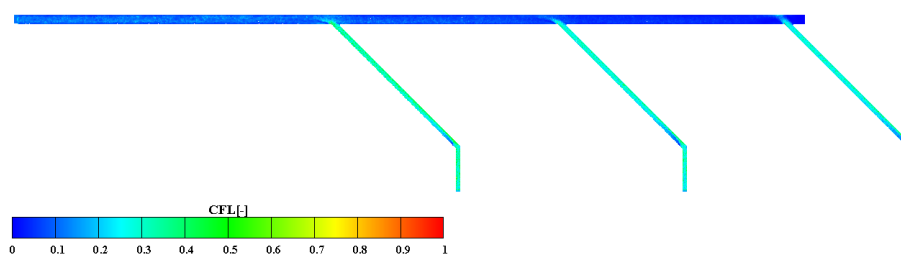


Tablica 2 Prikaz padova tlaka u račvama

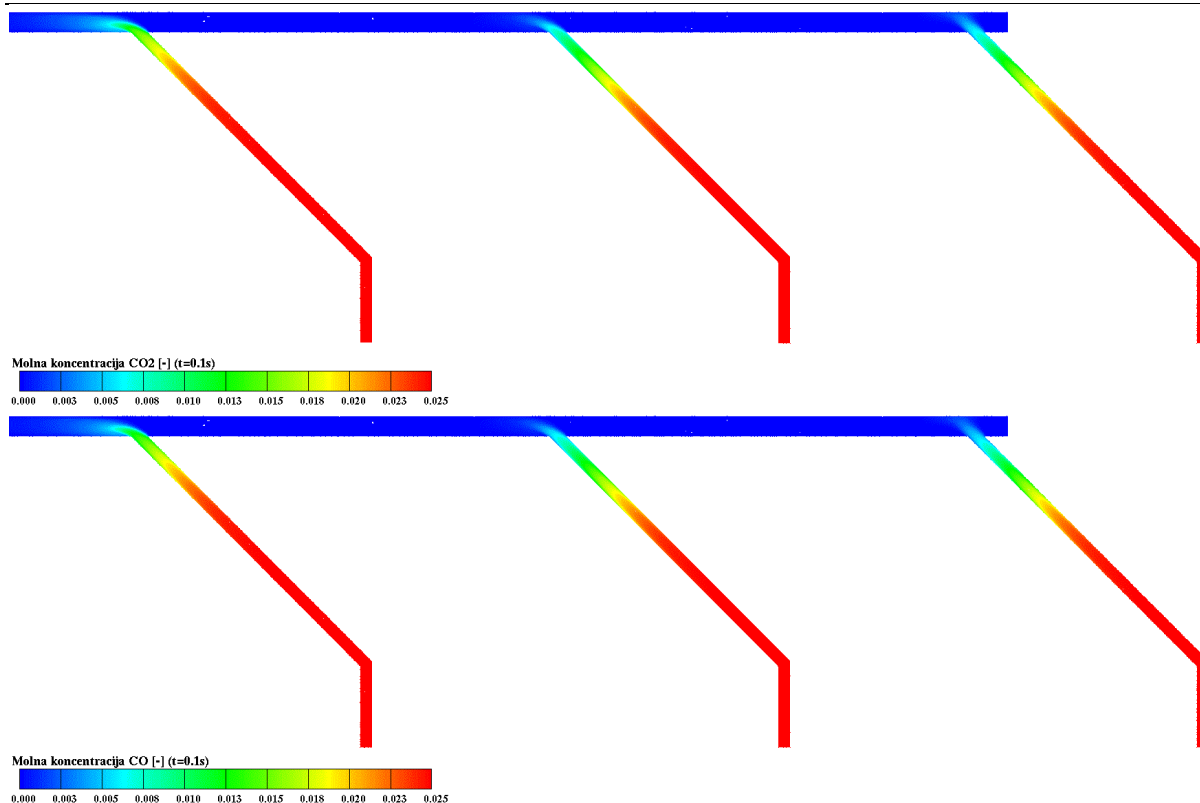
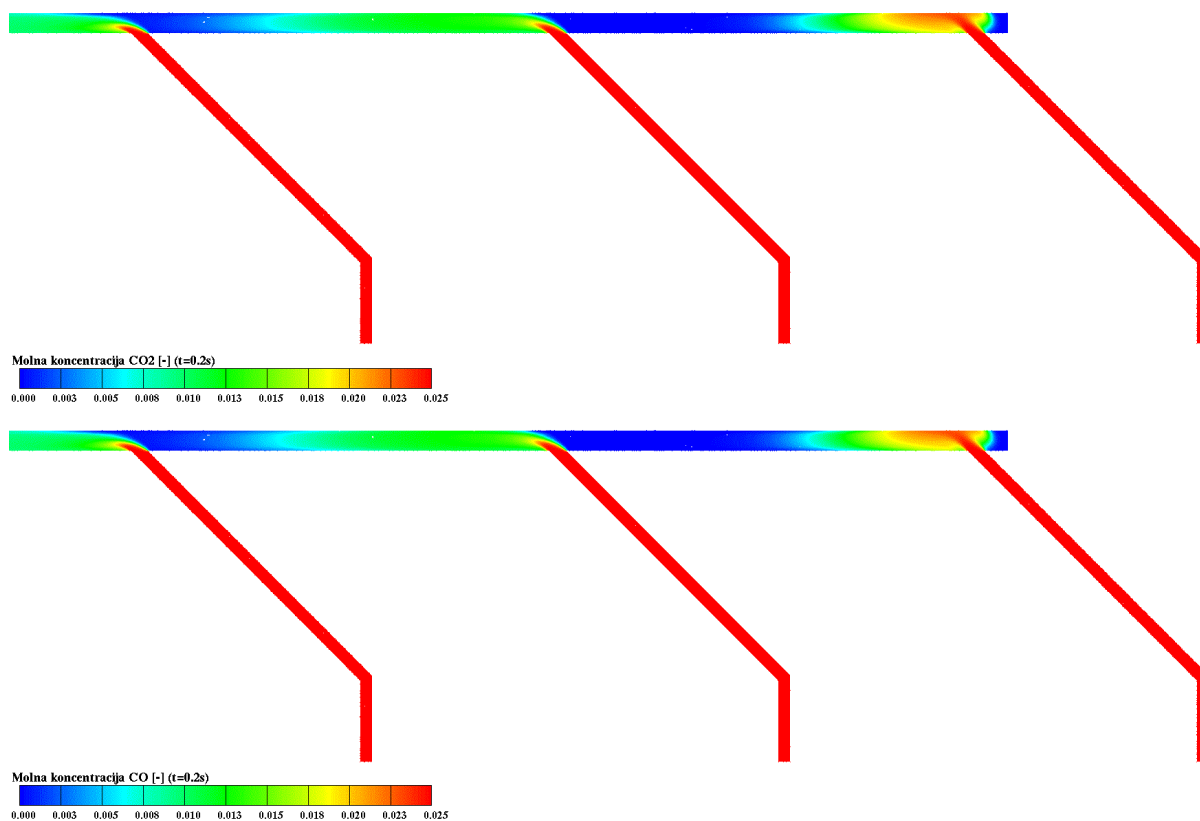
Cijev	Parametar	Iznos
Račva 1	$D_{13}$	5 mm
	$d_2$	3 mm
	$L_{13}$	30 mm
	$l$	15 mm
	$\Delta p_{13}$	0 Pa
	$\Delta p_{23}$	0.8 Pa
Račva 2	$D_{13}$	5 mm
	$d_2$	3 mm
	$L_{13}$	30 mm
	$l$	15 mm
	$\Delta p_{13}$	3 Pa
	$\Delta p_{23}$	5 Pa
Račva 3	$D_{13}$	5 mm
	$d_2$	3 mm
	$L_{13}$	30 mm
	$l$	15 mm
	$\Delta p_{13}$	9 Pa
	$\Delta p_{23}$	11 Pa

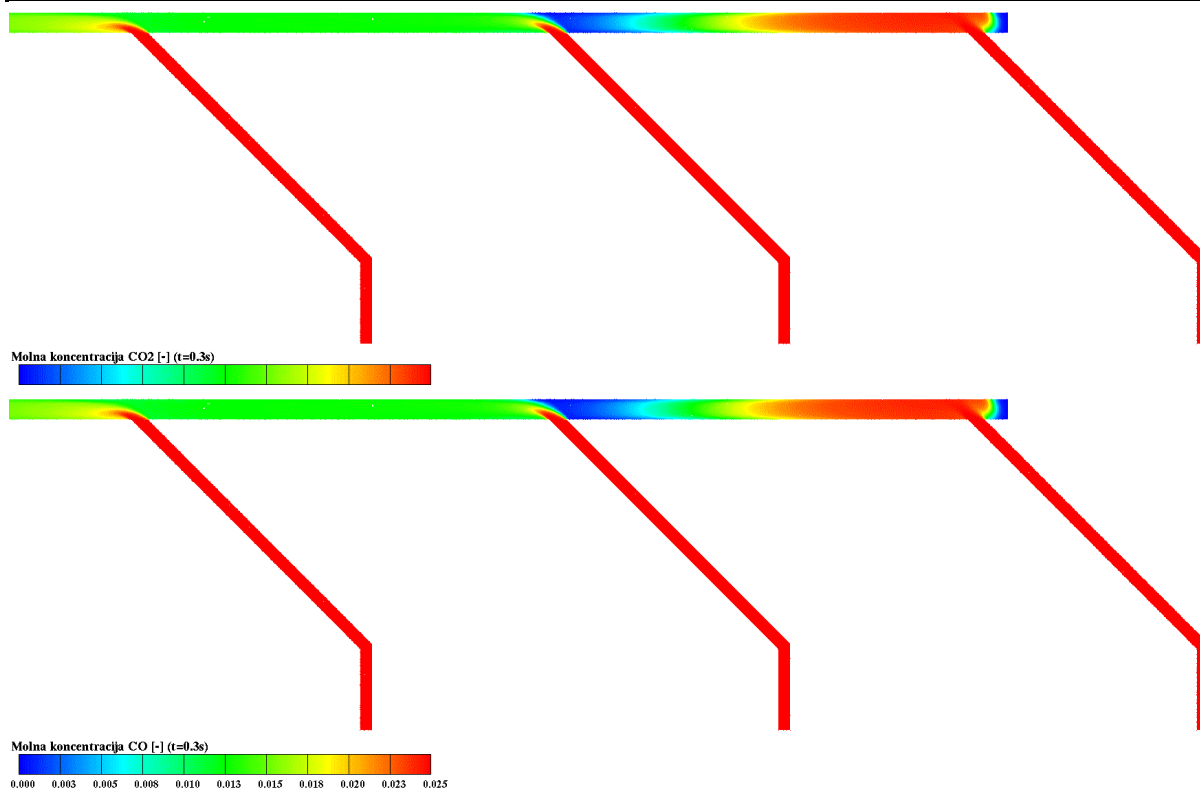
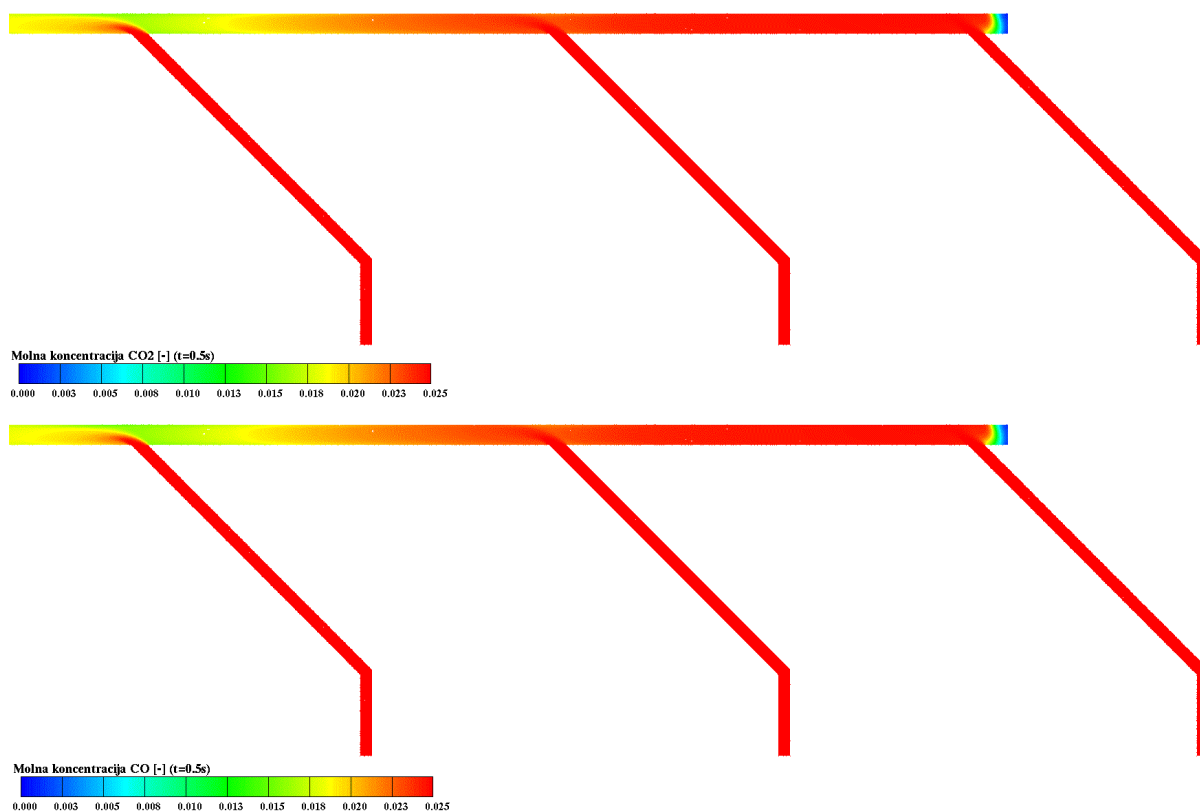
#### 4.2.3. Tranzijentna analiza sa koljenima pod 45° i račvama pod 45°

Na sljedećoj slici (Slika 43) je prikazana raspodjela CFL broja po proračunskoj domeni i vidljivo je da je po čitavoj domeni manji od 1 što osigurava da nema velike numeričke difuzije tokom proračuna. Na slikama od 44 do 47 su prikazane raspodjele molne koncentracije CO<sub>2</sub> i CO i vidi se da se oba plina, približno, transportiraju u centru cijevi osim na prvom priključku (u blizini prve račve) gdje se prvo neko vrijeme transport događa u sporijim slojevima, ali se nakon postizanja stacionarnog stanja transport seli u sredinu. Isto se vidi da jedino iz središnjeg priključka plin ide u centar cijevi. U usporedbi s prošlim slučajem vidljivo je da se u cjevovodu puno brže postiže srednja koncentracija te je ona ima veću vrijednost neko u prošlom slučaju.



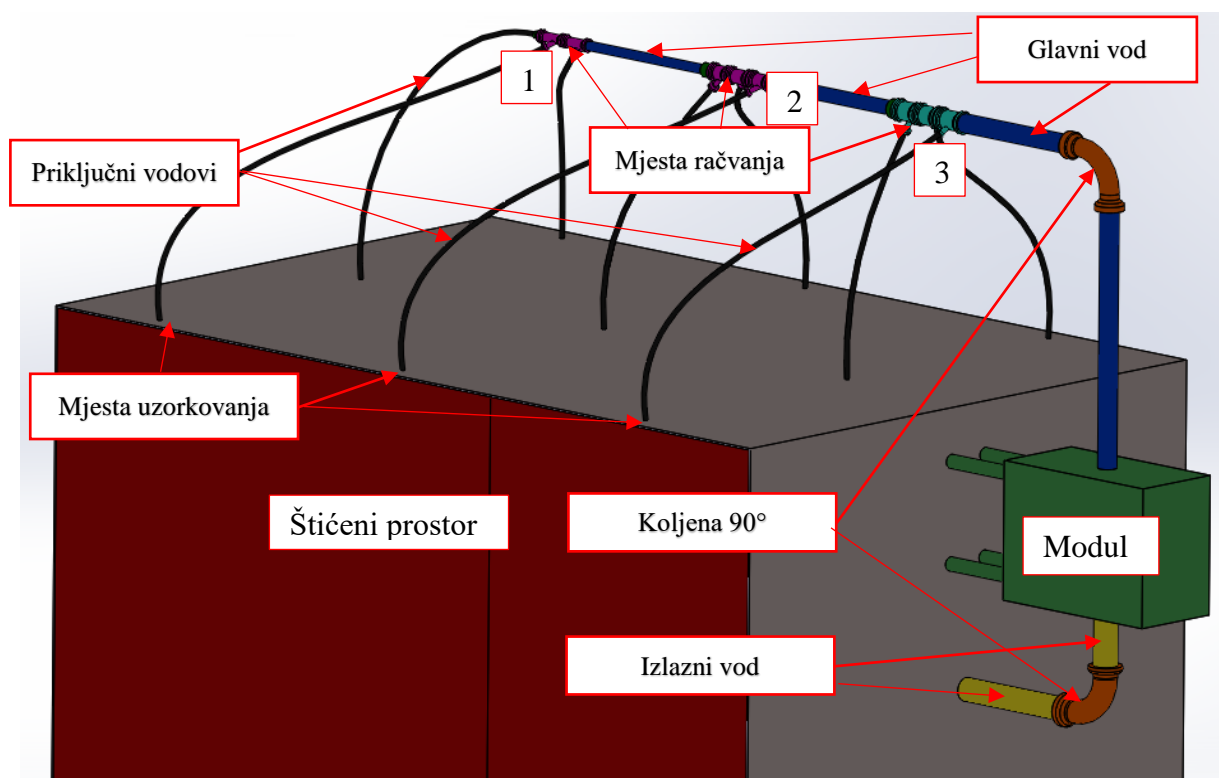
Slika 43 Raspodjela CFL broja po proračunskoj domeni

Slika 44 Molna koncentracija CO<sub>2</sub> i CO u trenutku  $t=0.1\text{ s}$ Slika 45 Molna koncentracija CO<sub>2</sub> i CO u trenutku  $t=0.2\text{ s}$

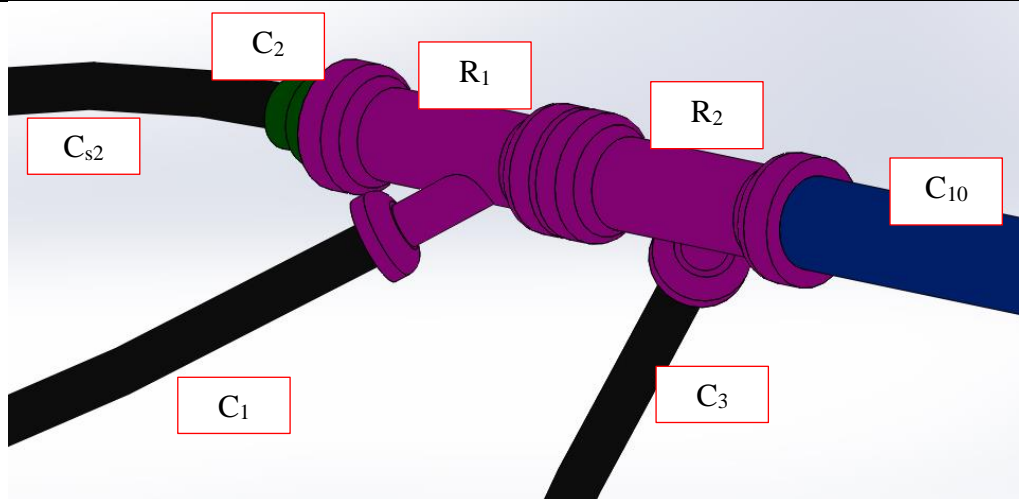
Slika 46 Molna koncentracija CO<sub>2</sub> i CO u trenutku t=0.3 sSlika 47 Molna koncentracija CO<sub>2</sub> i CO u trenutku t=0.5 s

## 5. OPTIMIZACIJA CJEVOVODA

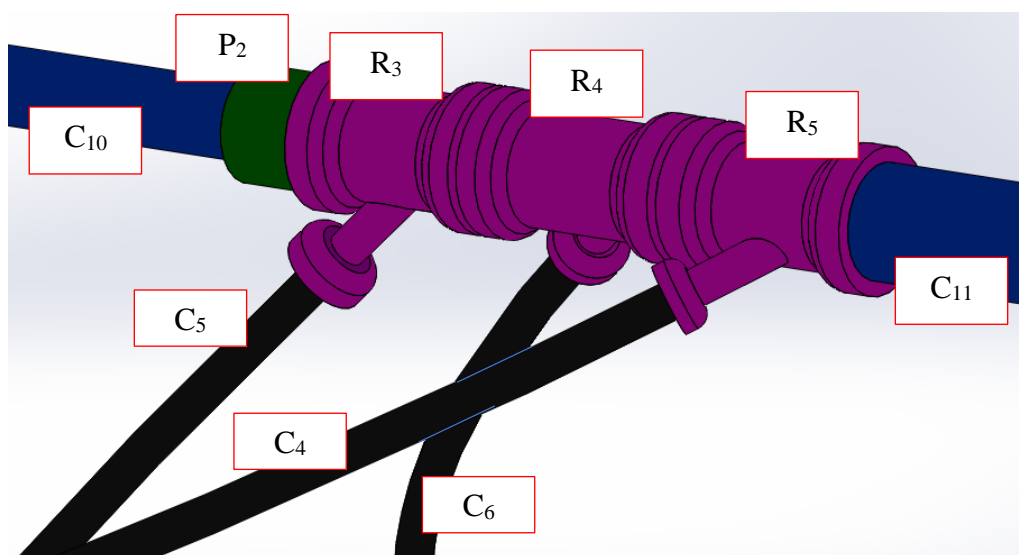
Na donjoj slici (Slika 48) je prikazan 3D model cjevovoda koji se optimira. Cjevovod se sastoji od 9 priključnih fleksibilnih crijeva koje dovode uzorak u glavni cjevovod koji se sastoji od četiri cijevi i jednog koljena pod 90 stupnjeva, te tri proširenja i osam račvi. Izlaz iz modula se sastoji od dvije cijevi i jednog koljena pod 90°. Sastavni dio ovog cjevovoda je modul koji se sastoji od ventilatora komore za analizu uzorka i filtera. Detalji mjesta račvanja cjevovoda su prikazani na slikama od 49 do 51. Prve dvije račve su pod 45° stupnjeva dok je treća pod 60 stupnjeva. Slika 52 prikazuje shemu cjevovoda u koordinatnom sustavu sa oznakama i koordinatama početaka i kraja cijevi.



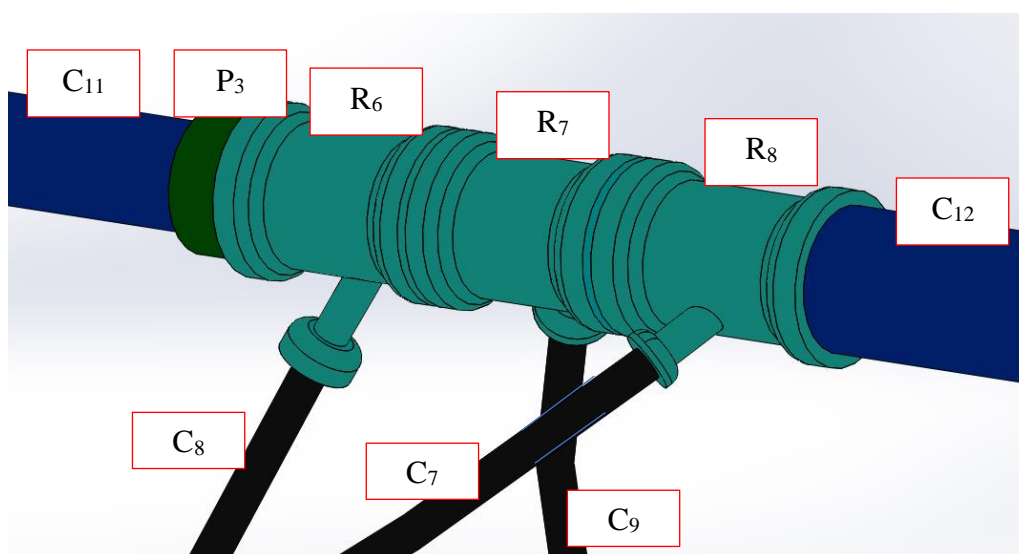
Slika 48 3D shema sustava i štićenog prostora



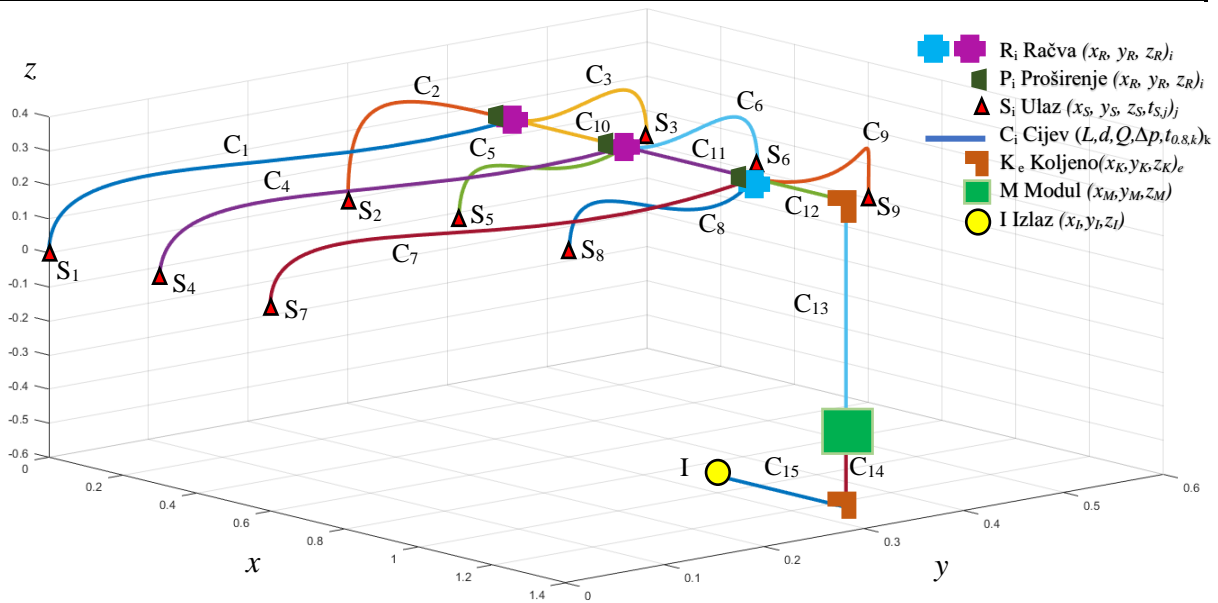
Slika 49 Detalj prvog mjesta račvanja (račve pod 45°)



Slika 50 Detalj drugog mjesta račvanja (račve pod 45°)



Slika 51 Detalj trećeg mjesta račvanja (račve pod 60°)



Slika 52 Shematski prikaz cjevovoda u koordinatnom sustavu

### 5.1. Transportno vrijeme

Transportno vrijeme je ono vrijeme za koje određena količina plina dođe po modula za analizu. U cijevima se može odrediti mnoštvo transportnih vremena jer brzina po radijusu cijevi nije ista. Najlogičnije je odrediti transportno vrijeme na temelju srednje brzine strujanja i ono se može definirati za  $i$ -tu na sljedeći način

$$t_{sr,i} = \frac{v_{sr,i}}{L_i} = \frac{4Q_i}{d_i^2 \pi L_i}, \quad (5.1)$$

pri čemu je  $Q_i$  protok kroz  $i$ -tu cijev,  $L_i$  je duljina  $i$ -te cijevi,  $d_i$  je promjer  $i$ -te cijevi. Ukupno vrijeme transporta od mjesta uzorkovanja do modula je

$$T_{sr,j} = \sum_i t_{sr,i}. \quad (5.2)$$

U ovom radu se koristiti vrijeme transporta na omjeru radijusa  $r = 0.8R$ , pri čemu je  $r$  polumjer od središta do nekog sloja, a  $R$  je promjer cijevi od središta do stjenke cijevi. Iz definicijske jednadžbe za brzinu se može napisati sljedeća relacija

$$v(z) = \frac{dz}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dz}{v(z)}. \quad (5.3)$$

Kada se u (5.3) uvrsti (2.2) dobiva se sljedeći izraz

$$dt = \frac{dz}{v_{sr} \frac{3n+1}{n+1} \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right)}, \text{ uz } n = c - be^{\left( -a \frac{z}{RRe} \right)} \quad (5.4)$$

A nakon sređivanja izraza iz (5.4) i integracije dobije se

$$t_{0.8,i} = \int_0^{L_i} \frac{\left( c - be^{\left( -a \frac{z}{RRe} \right)} \right) + 1}{\left( 3v_{sr} \left( c - be^{\left( -a \frac{z}{RRe} \right)} \right) + 1 \right) \left( 1 - 0.8 \left( \frac{\left( c - be^{\left( -a \frac{z}{RRe} \right)} \right) + 1}{\left( c - be^{\left( -a \frac{z}{RRe} \right)} \right)} \right)} dz. \quad (5.5)$$

Integral iz (5.5) je problematično riješiti analitički pa se za njegovo rješavanje koristi numerička integracija koja to puno jednostavnije može riješiti. Rješavanje se provodi u programskom paketu *MatLab* s numeričkim integratorom *integral*, a detalji o tom integratoru mogu se pronaći u [18]. Još je dodatno potrebno definirati normirano vrijeme transporta u  $i$ -toj cijevi duljine  $L_i$  koje se koristi kod optimizacije, a ono se određuje prema sljedećem izrazu

$$t_{no,i} = \frac{t_{0.8,i}}{L_i}. \quad (5.6)$$

## 5.2. Modeliranje optimizacijskog problema

### 5.2.1. Parametrizacija

Cijev u prostoru možemo predstaviti kao krivulju, odnosno njenu simetralu. Uzima se pretpostavka je radijus zakrivljenosti elastičnih cijevi puno veći od radijusa same cijevi i o tome se vodi računa kod konfiguracije cjevovoda, odnosno postavljanja ograničenja u optimiranju. Na taj način će se cijev kod proračuna strujanja uzimati kao ravna, a kod određivanja njezine duljine kao zakrivljena. U cjevovodu koji se u ovom radu optimira glavni vod je sastavljen od ravnih cijevi, a priključni vodovi su sastavljeni od elastičnih (savitljivih) cijevi. Geometrija savitljive cijevi je predstavljena s parametarskom polinomnom krivuljom trećeg stupnja ili kubnim polinomom, a ravne cijevi su predstavljene sa parametarskom krivuljom prvog stupnja ili pravcem. Za sve cijevi vrijedi da je parametar  $t \in [0,1]$ . Radijvektor točaka na zakrivljenoj cijevi ima sljedeći oblik  $\mathbf{r}_1(t) = \mathbf{r}_1(x(t), y(t), z(t))$ , a radijvektor ravne cijevi ima isti oblik,

$\mathbf{r}_2(t) = \mathbf{r}_2(x(t), y(t), z(t))$ . Zakrivljena cijev je definirana početnom i krajnjom točkom i vektorima smjera u tim točkama, a ravna cijev samo sa početnim točkama (Slika 53). Parametrizacija za zakrivljenu cijev ima sljedeći oblik

$$\begin{aligned} x(t) &= a_1 + a_2 t + a_3 t^2 + a_4 t^3, \\ y(t) &= a_5 + a_6 t + a_7 t^2 + a_8 t^3, \\ z(t) &= a_9 + a_{10} t + a_{11} t^2 + a_{12} t^3, \\ \mathbf{r}_1(t) &= \mathbf{r}_1(x(t), y(t), z(t)). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Jednadžbe iz kojih se dobivaju koeficijenti u (5.7) glase

$$\begin{aligned} x(0) &= x_1 & y(0) &= y_1 & z(0) &= z_1 \\ x(1) &= x_2 & y(1) &= y_2 & z(1) &= z_2 \\ \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} &= s_{x1} & \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} &= s_{y1} & \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=0} &= s_{z1} \\ \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=1} &= s_{x2} & \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=1} &= s_{y2} & \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=1} &= s_{z2} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Nešto jednostavnija parametrizacija je za ravne cijevi glasi

$$\begin{aligned} x(t) &= b_1 + b_2 t, \\ y(t) &= b_3 + b_4 t, \\ z(t) &= b_5 + b_6 t, \\ \mathbf{r}_2(t) &= \mathbf{r}_2(x(t), y(t), z(t)). \end{aligned} \quad (5.9)$$

Jednadžbe iz kojih se dobivaju koeficijenti u (5.9) glase

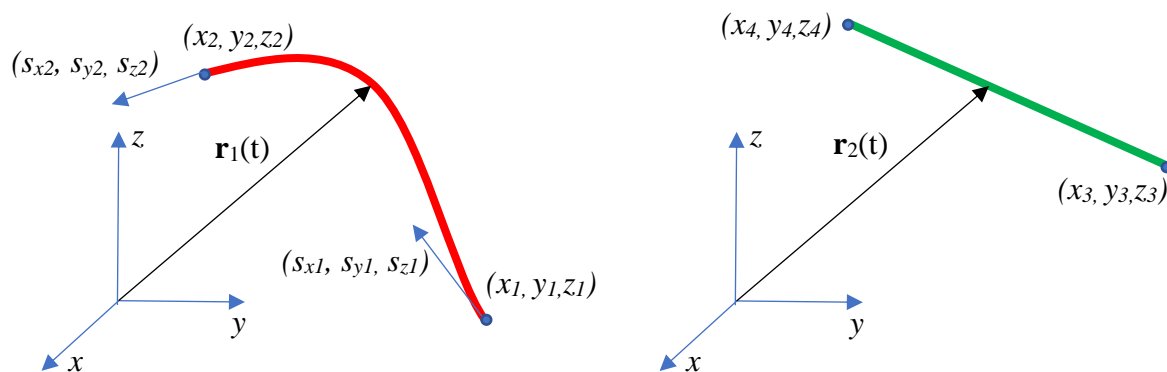
$$\begin{aligned} x(0) &= x_3, & y(0) &= y_3, & z(0) &= z_3, \\ x(1) &= x_4, & y(1) &= y_4, & z(1) &= z_4. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Nakon rješavanja sustava jednadžbi iz (5.8) i (5.10) dobivaju se koeficijenti od  $a_1$  do  $a_{12}$  i  $b_1$  do  $b_6$ . Da bi se dobila duljina bilo koje cijevi potrebno je riješiti sljedeći integral [19]

$$L_i = \int_0^1 \left\| \frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} \right\| dt = \int_0^1 \sqrt{\left( \frac{dx_i(t)}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy_i(t)}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz_i(t)}{dt} \right)^2} dt. \quad (5.11)$$

Ovaj postupak se isto provodi numeričkom integracijom u programu MatLab, a detalji algoritma se mogu naći u [18].





Slika 53 Skica uz izvod parametrizacije cijevi

### 5.2.2. Funkcije cilja i ograničenja

Funkcije cilja je matematička formalizacija naše želje koju želimo postići u optimizacijskom problemu. Ovdje su definirane četiri funkcije cilja:

1. Minimizira se transportno vrijeme od najdalje usisne mlaznice
2. Minimizira se maksimalni kvadrat razlike između trenutne srednje vrijednosti normnog vremena (izračunato po svim cijevima) i vrijednosti  $t_{\text{nor}}$  na cijevi.
3. Minimizira se maksimalni kvadrat razlike između trenutne srednje vrijednosti protoka (izračunato po svim ulazima) i vrijednosti protoka kroz ulaz.
4. Četvrta funkcija cilja objedinjuje funkcije pod 3 i 4.

Za prvu funkciju cilja vrijedi izraz:

$$T(x, d) = t_{0.8,2} + t_{0.8,10} + t_{0.8,11} + t_{0.8,12} + t_{0.8,13} \quad (5.12)$$

što označuje transportno vrijeme od najdalje usisne mlaznice (S2 na slici Slika 52). Sažeti matematički zapis ovog minimizacijskog problema glasi

$$\begin{aligned}
& \min_{x,d} T(x,d), \\
& \mathbf{d}_{\min} \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}_{\max}, \\
& \mathbf{x}_{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{\max}, \\
& \mathbf{A}\mathbf{d} \leq 0, \\
& \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{1-3} \\ d_{4-6} \\ d_{7-9} \\ d_{10} \\ d_{11} \\ d_{12-13} \\ d_{14-15} \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_{R1-2} \\ x_{R3-5} \\ x_{R6-8} \\ z_M \\ y_{R1-M} \end{bmatrix}, \\
& \mathbf{d}_{\min} = \begin{bmatrix} 0.003 \\ 0.003 \\ 0.003 \\ 0.003 \\ 0.003 \\ 0.003 \\ 0.003 \end{bmatrix}, \mathbf{d}_{\max} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_{\min} = \begin{bmatrix} 0.005 \\ 0.46 \\ 0.76 \\ -0.45 \\ 0.25 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_{\max} = \begin{bmatrix} 0.45 \\ 0.75 \\ 1.1 \\ -0.85 \\ 0.7 \end{bmatrix}, \mathbf{d}_0 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.45 \\ 0.75 \\ 1.1 \\ -0.85 \\ 0.7 \end{bmatrix}. \quad (5.13)
\end{aligned}$$

Pri čemu je  $\mathbf{A}$  matrica linearnih ograničenja nejednakosti,  $\mathbf{d}$  i  $\mathbf{x}$  su vektori projektnih varijabli,  $\mathbf{d}_{\min}$  i  $\mathbf{d}_{\max}$  vektori konstantnih ograničenja promjera,  $\mathbf{x}_{\min}$  i  $\mathbf{x}_{\max}$  je vektor ograničenja položaja račvi i modula. Pošto se radi o numeričkom postupku potrebno je imati početne uvjete a oni su prikazani vektorima  $\mathbf{d}_0$  i  $\mathbf{x}_0$ . U svim ostalim problemima ova ograničenja su ista, a koordinate ostalih točaka se vide na shemama i njihove vrijednosti su fiksne za sve optimizacijske probleme.

Druga funkcija cilja ima zapis oblika

$$F_i(d, x) = \left( \frac{t_{nor, sr}}{\max(t_{nor, i})} - \frac{t_{nor, i}}{\max(t_{nor, i})} \right)^2; \quad i = 1, \dots, n, \quad (5.14)$$

a pripadajući zapis optimizacijskog problema glasi

$$\begin{aligned}
& \min_{d,x} \max_i F_i(x, d), \\
& \mathbf{d}_{\min} \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}_{\max}, \\
& \mathbf{x}_{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{\max}, \\
& \mathbf{A}\mathbf{d} \leq 0.
\end{aligned} \quad (5.15)$$

Treća funkcija cilja se može napisati u sljedećem obliku

$$G_i(d, x) = \left( \frac{Q_{sr}}{\max(Q_j)} - \frac{Q_j}{\max(Q_j)} \right)^2; j = 1, \dots, m \quad (5.16)$$

a pripadajući zapis optimizacijskog problema glasi

$$\begin{aligned} \min_{d, x} \max_j G_j(x, d) \\ \mathbf{d}_{\min} \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}_{\max}, \\ \mathbf{x}_{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{\max}, \\ \mathbf{A}\mathbf{d} \leq 0. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Četvrta funkcija cilja se dobije kombinacijom funkcija cilja iz (5.14) i (5.16) a to se može napraviti iz razloga jer se vrijednosti obje funkcije cilja kreću između 0 i 1 i one su bezdimenzijske

$$K_k = \begin{cases} F_i(d, x) \\ G_j(d, x) \end{cases}; k = 1, \dots, n + m \quad (5.18)$$

a pripadajući zapis optimizacijskog problema u standardnoj formi glasi

$$\begin{aligned} \min_{d, x} \max_k K_k \\ \mathbf{d}_{\min} \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}_{\max}, \\ \mathbf{x}_{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{\max}, \\ \mathbf{A}\mathbf{d} \leq 0. \end{aligned} \quad (5.19)$$

### 5.3. Rezultati optimiranja

Temeljem diskusije u prethodnom poglavlju, za brzinu  $s$  kojom se računa transportno vrijeme, u svim slučajevima je odabrana brzina na radijusa  $r=0.8R$ . Tablica 3 prikazuje početno zadane vrijednosti promjera i duljina svih cijevi.

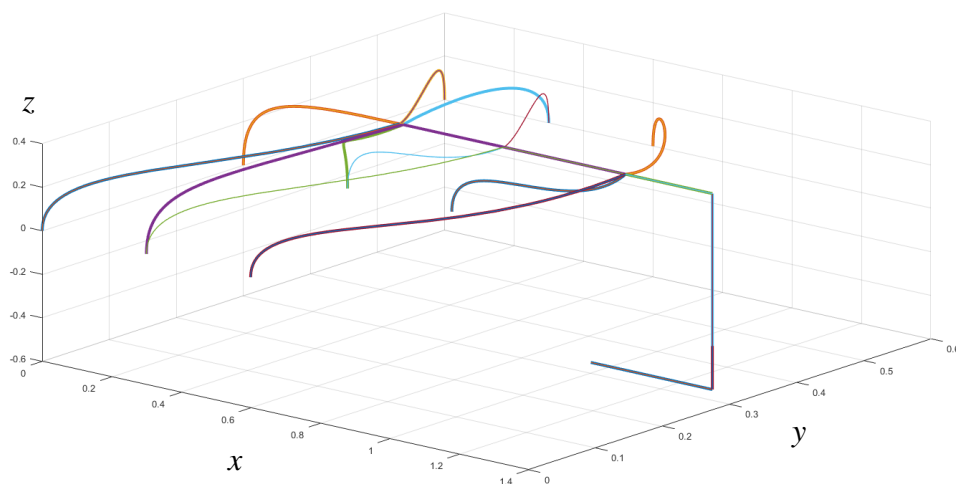
Tablica 3 Početno stanje prije optimiranja

Početno stanje prije optimiranja – pretpostavljena konfiguracija													
$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$t_{nor,i}$	72.82	67.53	72.77	31.73	25.08	31.87	10.88	8.97	10.68	10.06	3.49	0.78	2.21
$d_i$	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
$Q_i (10^{-7})$	0.97	1	0.97	2.22	2.49	2.21	6.79	7.44	6.93	2.94	9.84	31.01	31.01
$l_i$	0.71	0.69	0.71	0.71	0.63	0.71	0.75	0.68	0.75	0.3	0.35	0.25	0.7
Mjerne jedinice veličina u tablici: $t_{si}$ (s/m), $d_i$ (mm), $Q_i$ (m <sup>3</sup> /s), $l_i$ (m) i $t_{ru,lr}$ (s)													

U sljedećim tablicama i slikama su prikazani dobiveni rezultati optimizacije korištenjem četiriju funkcija cilja. (Tablica 4) i Slika 54 prikazuje rezultate optimiranja transportnog vremena od mlaznice S2 do analizatora. U tablici (Tablica 5) i na slici (Slika 55) su prikazana rješenja za drugu funkciju cilja, u (Tablica 6) i na slici (Slika 56) su rezultati za treću funkciju cilja, a u tablici (Tablica 7) i na slici (Slika 57) za četvrtu funkciju cilja.

Tablica 4 Rezultati nakon optimiranja prve funkcije cilja

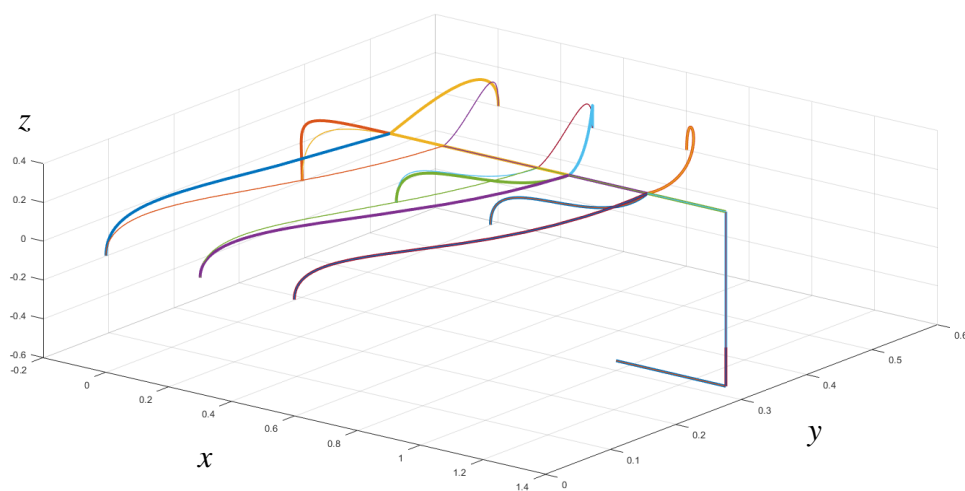
Rezultati nakon optimiranja													
$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$t_{nor,i}$	4.79	4.44	4.24	3.17	3.22	3.24	1.41	1.46	1.02	1.08	1.94	0.92	0.92
$d_i$	4.4	4.4	4.4	3.6	3.6	3.6	4.4	4.4	4.4	4.4	7	8.7	10
$Q_i (10^{-6})$	4.45	4.81	5.03	4.42	4.34	4.32	15.14	14.65	20.85	14.29	27.37	78.02	78.02
$L_i$	0.71	0.68	0.71	0.57	0.43	0.57	0.75	0.67	0.75	0.01	0.64	0.25	0.70
$t_{Si}$	5.54	5.17	5.15	3.91	3.50	3.95	1.93	1.86	1.64				
Mjerne jedinice veličina u tablici: $t_{nor,i}$ (s/m), $d_i$ (mm), $Q_i$ (m <sup>3</sup> /s), $l_i$ (m) i $t_{Si}$ (s)													



Slika 54 Konfiguracija cjevovoda nakon provedenog minimiziranja transportnog vremena od ulaza S2 (1. funkcija cilja; tanko - početna konfiguracija; debelo – krajnja konfiguracija)

Tablica 5 Rezultati nakon optimiranja druge funkcije cilja

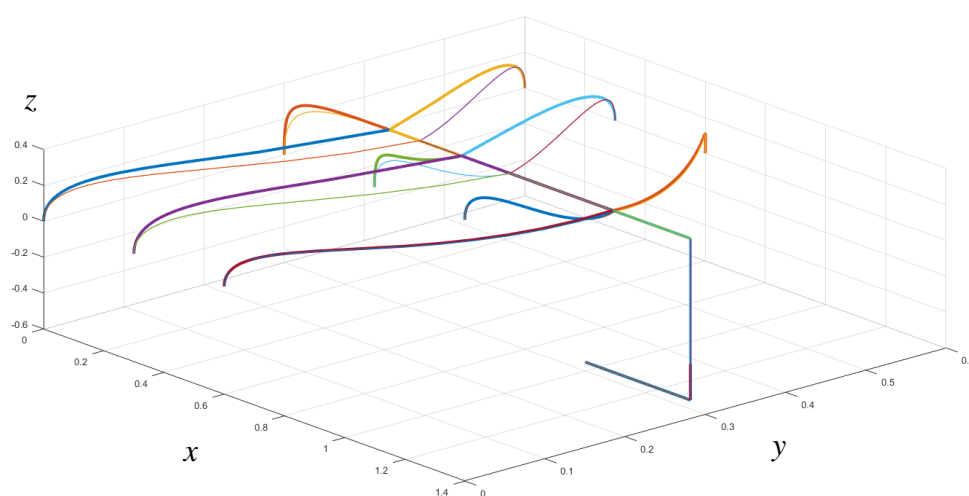
Rezultati nakon optimiranja													
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$t_{nor,i}$	3.19	3.7	4.2	3.2	3.9	4.2	2.1	2.5	2.0	4.2	3.1	2.05	2.1
$d_i$	3.2	3.2	3.2	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	6.0	7.2	7.8	7.8
$Q_i (10^{-6})$	3.56	3.07	2.71	3.03	2.55	2.34	4.61	3.89	4.79	9.34	17.26	30.54	30.54
$l_i$	0.61	0.58	0.61	0.79	0.72	0.79	0.75	0.67	0.75	0.57	0.25	0.25	0.70
$t_{Si}$	7.14	7.34	7.75	5.35	5.56	6.10	3.60	3.72	3.55				
Mjerne jedinice veličina u tablici: $t_{nor,i}$ (s/m), $d_i$ (mm), $Q_i$ (m <sup>3</sup> /s), $l_i$ (m) i $t_{Si}$ (s)													



Slika 55 Konfiguracija cjevovoda nakon provedene minimizacije druge funkcije cilja(1. funkcija cilja; tanko - početna konfiguracija; debelo – krajnja konfiguracija)

Tablica 6 Rezultati nakon optimiranja treće funkcije cilja

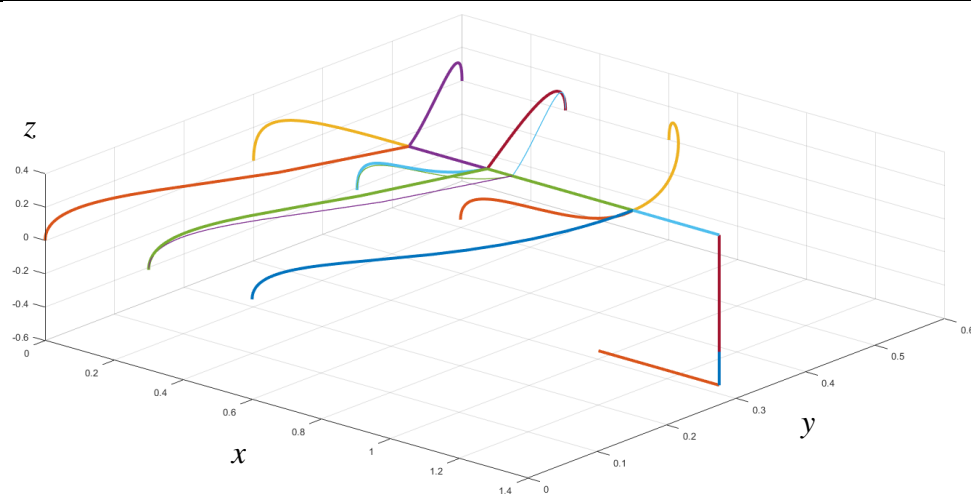
Rezultati nakon optimiranja													
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$t_{nori}$	9.86	10.91	12.13	5.41	6.41	7.85	2.94	3.82	2.63	3.56	1.76	1.11	1.16
$d_i$	6	6	6	4.6	4.6	4.6	3.2	3.2	3.2	6	6	6	10
$Q_i (10^{-6})$	3.94	3.56	3.2	4.31	3.64	2.97	3.85	2.97	4.31	10.70	21.61	32.74	32.74
$l_i$	0.65	0.62	0.65	0.62	0.51	0.62	0.74	0.67	0.74	0.24	0.50	0.26	0.70
$t_{Si}$	9.23	9.60	10.71	5.31	5.24	6.82	3.29	3.66	3.06				
Mjerne jedinice veličina u tablici: $t_{nori}$ (s/m), $d_i$ (mm), $Q_i$ (m <sup>3</sup> /s), $l_i$ (m) i $t_{Si}$ (s)													



Slika 56 Konfiguracija cjevovoda nakon provedenog minimiziranja protoka (1. funkcija cilja; tanko - početna konfiguracija; debelo – krajnja konfiguracija)

Tablica 7 Rezultati nakon optimiranja četvrte funkcije cilja

Rezultati nakon optimiranja													
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$t_{nori}$	3.63	3.97	4.32	2.97	3.82	4.30	2.22	2.66	2.03	3.70	3.58	2.03	2.1
$d_i$	3.6	3.6	3.6	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	6.1	8.0	8.0	8.0
$Q_i (10^{-6})$	3.9	3.6	3.3	3.03	2.57	2.29	4.51	3.69	4.84	10.81	18.98	32.01	30.01
$l_i$	0.71	0.68	0.71	0.67	0.57	0.67	0.75	0.68	0.75	0.23	0.42	0.25	0.70
$t_{Si}$	6.91	7.05	7.40	5.46	5.67	6.34	3.61	3.77	3.49				
Mjerne jedinice veličina u tablici: $t_{nori}$ (s/m), $d_i$ (mm), $Q_i$ (m <sup>3</sup> /s), $l_i$ (m) i $t_{Si}$ (s)													



Slika 57 Konfiguracija cjevovoda nakon provedenog minimiziranja četvrte funkcije cilja (1. funkcija cilja; tanko - početna konfiguracija; debelo – krajnja konfiguracija)

## 6. ZAKLJUČAK

Analiziran je cjevovod za uzorkovanje zraka u svrhu detekcije požara. Definiran je analitički matematički model jednodimenzijskog strujanja u takvom cjevovodu temeljem kojeg se može izračunati transportno vrijeme potrebno da kontaminirani zrak doputuje od ulaza do analizatora. Za brzinu koja je relevantna za transportno vrijeme obično se uzima korigirana maksimalna brzina s obzirom na razvoj profila brzine.

Primjenom računalne dinamike fluida analizirano je stacionarno i nestacionarno strujanje u račvi u kojoj se spajaju priključna i glavna cijev. Padovi tlaka u račvi relativno dobro se slažu sa podacima iz literature. Iz slike nestacionarnog strujanja može se zaključiti da u slučaju račve pod pravim kutom i relativno malog protoka kroz priključnu cijev kontaminirani zrak iz priključne cijevi ostaje u sloju koji se giba manjom brzinom od maksimalne što značajno povećava transportno vrijeme. U slučaju račve pod kutom od  $45^\circ$  situacija je puno bolja jer se kontaminirani zrak giba približno najvećom brzinom (odnosno u najbržim slojevima).

Definiran je postupak optimizacije konfiguracije i promjera cjevovoda pri čemu su predložene četiri funkcije cilja. Minimizacija samog transportnog vremena dovodi do nejednolikosti protoka kroz pojedini ulaz što je nepovoljno sa stajališta osjetljivosti sustava gledano po pojedinim usisnim otvorima. Optimiranje u smislu ujednačavanja protoka kroz sve ulaze dovodi do značajnog povećanja transportnog vremena. Najbolji rezultati se dobiju korištenjem četvrte funkcije cilja u kojoj se kombinira minimalno transportno vrijeme uz ujednačene protoke kroz ulaze.



---

**LITERATURA**

- [1] SystemSensor, *Aspirating Smoke Detection*. .
- [2] M. Cole, "MODELLING OF DISTURBED FLOW REGIMES IN ASPIRATED PIPE SYSTEMS."
- [3] S. A. A.-N. T. Unny, "Developing laminar flow in the inlet length of a smooth pipe," *Flow, Turbul. Combust.*, vol. 36, no. 5–6, 1980.
- [4] K. Oka and H. Itō, "Energy Losses at Tees With Large Area Ratios," *J. Fluids Eng.*, vol. 127, no. 1, p. 110, 2005.
- [5] L. C. W. S. T. W. H. Y. (eds. . Liu Mei (auth.) Zhihong Qian, *Recent Advances in Computer Science and Information Engineering: Volume 1*, 1st ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012.
- [6] A. Taylor, G., S. Cooper, A. D'Agostino, N. Melly and T. Cleary, "Determining the Effectiveness, Limitations, and Operator Response for Very Early Warning Fire Detection Systems in Nuclear Facilities."
- [7] M. J. Hurley *et al.*, *SFPE handbook of fire protection engineering, fifth edition*. 2016.
- [8] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, vol. M. 2007.
- [9] H. Versteeg, "Introduction to Fluid Mechanics,;" *Flow Measurement and Instrumentation*, vol. 11, no. 1. pp. 51–52, 2000.
- [10] R. H. Byrd, J. C. Gilbert, and J. Nocedal, "A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming," *Math. Program. Ser. B*, vol. 89, no. 1, pp. 149–185, 2000.
- [11] R. A. Waltz, J. L. Morales, J. Nocedal, and D. Orban, "An interior algorithm for nonlinear optimization that combines line search and trust region steps," *Math. Program.*, vol. 107, no. 3, pp. 391–408, 2006.
- [12] R. H. Byrd, M. E. Hribar, and J. Nocedal, "An Interior Point Algorithm for Large-Scale Nonlinear Programming," *SIAM J. Optim.*, vol. 9, no. 4, pp. 877–900, 1999.
- [13] D. Šćap and A. Jokić, "OPTIMIRANJE MEHANIČKIH KONSTRUKCIJA."
- [14] R. K. Brayton, G. D. Hachtel, S. W. Director, and L. M. Vidigal, "A New Algorithm for Statistical Circuit Design Based on Quasi-Newton Methods and Function Splitting," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 26, no. 9, pp. 784–794, 1979.

- 
- [15] B. E. Launder and D. B. Spalding, "The numerical computation of turbulent flows," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 3, no. 2, pp. 269–289, 1974.
- [16] Y. Tominaga and T. Stathopoulos, "Turbulent Schmidt numbers for CFD analysis with various types of flowfield," *Atmos. Environ.*, vol. 41, no. 37, pp. 8091–8099, 2007.
- [17] AVL, *AVL Fire User Manuals*. .
- [18] L. F. Shampine, "Vectorized adaptive quadrature in MATLAB," *J. Comput. Appl. Math.*, vol. 211, no. 2, pp. 131–140, 2008.
- [19] S. Singer, "Predavanja iz vektorske analize," 2012.

---

## **PRILOZI**

I. CD-R disc